

Piano Lauree Scientifiche Matematica e Statistica, Università di Udine 2010-2014

# Laboratori

# Per gLi Studenti

A cura di:

Rossana Vermiglio

PIANO NAZIONALE  
LAUREE SCIENTIFICHE



© Rossana Vermiglio, 2015

Dipartimento di Matematica e Informatica

Università di Udine

Via delle Scienze 206

33100 Udine

Italia

Prima edizione digitale: Ottobre 2015

ISBN: 9788890619304

Quest'opera è distribuita sotto una licenza Creative Commons [Attribuzione - Non Commerciale](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/) -  
Condividi allo stesso modo Utilizzi commerciali non sono consentiti.



# Laboratori *Per gli Studenti*

A cura di:  
Rossana Vermiglio



## INDICE

---

<b>Indice</b>	<b>i</b>
<b>1 Codici Segreti</b> <i>Maria Concetta Brocato, Agostino Dovier</i>	<b>1</b>
<b>2 L'infinito</b> <i>Fabio Bove, Laura Candotti, Alberto Marcone</i>	<b>13</b>
<b>3 Equazioni lineari e matrici</b> <i>Dimitri Breda, Clara Veronese</i>	<b>21</b>
<b>4 Sintesi ed elaborazione del suono</b> <i>Federico Fontana</i>	<b>49</b>
<b>5 Welcome to Nimrod</b> <i>Doranna Di Vano, Maria Rosaria Calvelli, Ciro Iaquinto, Maria Senis, Claudio Mirolo</i>	<b>59</b>
<b>6 Archeologia dell'Informazione</b> <i>Diana Bitto, Claudio Mirolo</i>	<b>87</b>
<b>7 Rivoluzioni matematiche</b> <i>Giovanna D'Agostino, Sara della Schiava, Marina Adriano, Fabio Bove, Laura Candotti, Corrado Lanera, Chiara Milan, Anna Maria Orlandi</i>	<b>109</b>
<b>8 La sicurezza nelle basi di dati</b> <i>Nicola Vitacolonna, Maria Concetta Brocato</i>	<b>123</b>
<b>9 Il Laboratorio di Indagini Statistiche</b> <i>Gian Pietro Zaccomer, Paolo Vidoni</i>	<b>149</b>
<b>10 Realtà e modelli</b> <i>Elisa Ellero, Anna Maria Orlandi, Rossana Vermiglio</i>	<b>163</b>



## PREFAZIONE

---

Questo libro presenta alcuni dei laboratori realizzati dal 2010 al 2014 nell'ambito del Piano Lauree Scientifiche (PLS) per la Matematica e Statistica (MS) finanziato dal Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (MIUR). Il PLS nasce dalla collaborazione del MIUR con la Conferenza Nazionale dei Presidi di Scienze e Tecnologie e Confinindustria e pone l'attenzione non solo alla Matematica e Statistica, ma anche alla Chimica, Fisica e Scienza dei Materiali. Le finalità di orientamento degli studenti e di formazione insegnanti si realizzano attraverso laboratori, dove gli studenti possono confrontarsi su temi, problemi e metodologie delle discipline scientifiche, nel nostro caso della matematica, anche in relazione al mondo del lavoro, e dove gli insegnanti possono perfezionare le conoscenze disciplinari e interdisciplinari e rivedere i contenuti e metodi dell'insegnamento e apprendimento.

A conclusione del progetto si è ritenuto importante raccogliere in un libro alcuni dei percorsi realizzati, per diffondere tali esperienze e permettere così anche agli insegnanti non coinvolti attivamente nel PLS di trovare spunti e idee da utilizzare nei loro percorsi curriculari. Si è scelto di concentrare l'attenzione ai laboratori PLS di base che, secondo la definizione del MIUR, avvicinano alle discipline scientifiche, sviluppano le vocazioni, e che rappresentano un'attività consistente e non episodica. Il materiale raccolto nel libro non presenta tutto il lavoro svolto e si limita a tracciare le idee portanti. Per una panoramica più ampia del progetto e per eventuali approfondimenti su temi specifici si rimanda al sito

<https://www.dimi.uniud.it/scuole/pls/>

dove si trovano le slides delle presentazioni e dei seminari, le dispense e i codici.

Il PLS-MS dell'Università di Udine era inizialmente un'attività della Facoltà di Scienze MM.FF.NN. Dopo la riorganizzazione dell'ateneo, si è appoggiato al Dipartimento di Matematica e Informatica (DIMI). Per valorizzare l'esperienza acquisita in precedenti progetti e per dare continuità ai rapporti già consolidati con alcune scuole, è partito con una riflessione sullo sviluppo di alcuni temi già trattati. Ma ben presto l'offerta si è arricchita di nuove proposte non solo per rispondere alle richieste degli insegnanti, ma anche per cercare di trasferire al mondo della scuola alcune esperienze legate ai più recenti temi di ricerca sviluppati in dipartimento con le relative metodologie.

Si è così deciso di indagare più ampiamente sul ruolo della matematica nella risoluzione di problemi e nella descrizione di fenomeni, che nascono in diversi ambiti applicativi. I temi trattati sono stati suggeriti anche dalla ricerca sviluppata presso il DIMI. Le peculiarità del PLS-MS sono la forte attenzione agli aspetti interdisciplinari, in particolare ai legami con l'informatica e la fisica, e la presenza, ove possibile, di laboratori di matematica computazionale, che prevedono l'uso del computer e di software matematico (MATLAB, GeoGe-

bra, R, C, Php). Gli studenti hanno così potuto operare attivamente e gli insegnanti hanno apprezzato l'utilizzo del calcolatore e del software matematico come ulteriori supporti alla didattica. La formazione standard dell'insegnante spesso non include tali esperienze, che quindi hanno dato loro un'opportunità di crescita professionale. Inoltre la presenza di laboratori di matematica computazionale ha permesso di evidenziare l'importanza degli algoritmi e delle simulazioni numeriche, quali fondamentali metodologie della ricerca per lo studio di problemi sia teorici che applicativi. Tali attività sono state realizzate principalmente presso i laboratori dell'Ateneo e questa scelta ha avuto anche un'importante ricaduta sull'orientamento in entrata degli studenti delle scuole superiori.

L'organizzazione delle attività, pur adattandosi alle varie esigenze, ha seguito un comune schema di lavoro:

- progettazione con gli insegnanti (inquadramento degli argomenti, verifica dei requisiti e delle terminologia, approfondimenti teorici) sia attraverso incontri che con scambio di materiale via e-mail;
- presentazione agli studenti dell'attività con approfondimento dei concetti/strumenti matematici e inquadramento storico degli argomenti tramite seminari;
- attività di laboratorio degli studenti coadiuvati da docenti ed insegnanti;
- eventuale ripresa e/o approfondimento nelle singole classi dei concetti/strumenti appresi;
- valutazione degli studenti.

Nei laboratori sono stati coinvolti esperti per i seminari formativi e alcuni studenti della laurea in specialistica in matematica. Le attività per le scuole superiori hanno cercato un equilibrio tra parti curriculari ed extracurriculari, mentre per le altre scuole si è privilegiato la parte curriculare.

Di seguito un breve sommario del contenuto del libro. Le tre sezioni *Realtà e Modelli*, *La matematica per la sintesi del suono*, *La matematica in rete* del laboratorio *La matematica c'è* hanno evidenziato il ruolo della matematica nella modellizzazione del mondo reale e nella risoluzione di problemi presenti nella quotidianità. Nel *Laboratorio di indagini statistiche* è stata condotta un'indagine statistica sul tema "*Quali prospettive dopo la maturità: continuo a studiare o cerco lavoro?*". Sono incluse anche attività di laboratorio su alcuni temi classici della matematica: *l'Infinito in Matematica*, che ha coinvolto anche esperti delle discipline filosofiche, *Le geometrie non euclidee* e le *Rivoluzioni matematiche* che hanno evidenziato i legami tra matematica e fisica coinvolgendo studenti ed insegnanti con attività computazionali. I legami con l'informatica sono stati approfonditi in *Codici Segreti: un viaggio nella crittografia* e nel *Laboratorio di basi di Dati*.

Come già sottolineato in precedenza il libro non descrive tutto il lavoro svolto. Si ricorda anche *Dalla bisezione ai frattali di Newton* sul problema del calcolo delle radici di un'equazione con alcuni semplici algoritmi risolutivi, *Grafi: concetti, problemi ed applicazioni* sui concetti di base della teoria dei grafi, sulle sue applicazioni alla modellizzazione e risoluzione algoritmica di problemi reali. In *Dalla soluzione di problemi alla creazione di teorie: esempi dalla teoria dei numeri e dalla topologia* si parte da problemi concreti per arrivare gradualmente alla formulazione di una teoria. Alcune semplici analisi demografiche effettuate su un campione di militari caduti estratto dall'Albo d'oro è il tema di *Aspetti demografici dei caduti italiani nella Prima guerra mondiale*. In *Intelligenza Artificiale: codifica e risoluzione di rompicapi* si è tentato di introdurre in modo divertente l'arte della progettazione di algoritmi per risolvere rompicapi. *Il Gioco delle Perle di Vetro* propone una riflessione sulle relazioni tra matematica ed informatica, valorizzando, attraverso un percorso completo dalle scuole primarie alle scuole secondarie superiori, i contributi culturali ed il peculiare punto di vista sulla realtà della disciplina più giovane. Il corso di formazione su *Programmazione lineare e programmazione lineare intera* nasce da una specifica richiesta degli insegnanti, la cui formazione spesso non copre tali argomenti. I laboratori PLS avanzati di *allenamento* per la preparazione alle gare di matematica e le olimpiadi di informatica (con ottimi risultati degli studenti partecipanti) sono stati realizzati congiuntamente alla Mathesis e con il contributo degli studenti universitari. Questi ultimi hanno collaborato con le insegnanti di una scuola media nell'organizzazione delle attività matematiche in occasione della *Festa del PiGreco*, realizzando nella stessa scuola anche il *Laboratorio di Origami*. Il breve stage presso l'*Istituto di Genomica Applicata* ha permesso agli studenti delle scuole superiori di conoscere un centro di ricerca avanzata, dove l'approccio algoritmico è essenziale per la risoluzione dei complessi problemi trattati. L'attività, che ben si inserisce nello scambio scuola-università-territorio, è servita agli studenti come orientamento. Un positivo riscontro ha ottenuto la *Matematica al Cinema*.

Il PLS ha fornito un'occasione importante per consolidare ed ampliare i rapporti tra scuole del territorio e l'Università di Udine. Gli incontri di progettazione dei laboratori, i diversi punti di vista emersi nella loro realizzazione, il lavoro svolto accanto agli studenti nei laboratori di matematica computazionale sono stati fruttuosi per tutti.

Per questo è importante concludere con un ringraziamento a tutti gli insegnanti che hanno lavorato alla realizzazione del progetto e ai dirigenti delle scuole che li hanno sostenuti. Sono stati numerosi e non me ne vogliono se non li cito tutti. Un sentito grazie agli studenti delle scuole che si sono messi in gioco, impegnandosi anche in orario extra-curricolare. Non dimentico la Mathesis sezione di Udine, per la sua preziosa opera di divulgazione delle iniziative PLS e per il costante impegno nell'organizzazione di allenamenti e gare. Ma voglio rivolgere le parole di gratitudine conclusive ai colleghi che hanno condiviso con me il percorso (o almeno una sua parte) del PLS-MS

Breda Dimitri, Pietro Corvaja, Giovanna D'Agostino, Agostino Dovier, Federico Fontana, Alessio Fornasin, Massimo Franceschet, Gianluca Gorni, Salvatore La Vecchia, Brunello Lotti, Alberto Marcone, Claudio Mirolo, Alberto Policriti, Franca Rinaldi, Romeo Rizzi, Sebastiano Sonego, Elio Toppano, Paolo Vidoni, Nicola Vitacolonna, Gian Pietro Zaccomer, Fabio Zanolin,

per il loro generoso sostegno e per il prezioso tempo dedicato al progetto, tempo che, pur non risultando contabilizzato in nessun registro ufficiale, ha contribuito a diffondere le idee della matematica tra gli insegnanti e studenti, ed agli studenti della Laurea Specialistica in Matematica

Beatrice Anzil, Anna Barbieri, Matteo Boscarior, Martino Buchini, Valentina Busoni, Giulio Camilla Polacco, Giovanni Campagna, Elena Canel, Albero Carminati, Luca Cesarano, Alessandro De Cicco, Sara Della Schiava, Giulia De Zordo, Alessandro Doimo, Elisa Ellero, Michela Filaoro, Anna Chiara Gallo, Giulio Ghirardo, Luca La Manna, Corrado Lanera, Ariel Aldo Giovanni Lanza, Luca Marconato, Fabrizio Masullo, Antonia Mos, Silvia Marchesin, Manuela Mazzariol, Federico Quagliaro, Alberto Ragagnin, Luca Romanelli, Alice Spangaro, Giovanni Soldà, Leonardo Taglialegne, Stefano Tamburlini, Stefano Tognazzi,

per il loro giovane e contagioso entusiasmo. Infine un augurio di buon lavoro al nuovo coordinatore prof. Agostino Dovier.

Rossana Vermiglio

“WELCOME TO NIMROD”:

UN’ESPERIENZA NELLA SCUOLA MEDIA

DORANNA DI VANO, MARIA ROSARIA CALVELLI, CIRO IAQUINTO, MARIA  
SENIS, CLAUDIO MIROLO

---

## 5.1 Introduzione

“Welcome to Nimrod” è l’invito a partecipare a una dimostrazione delle potenzialità di innovativi sistemi di calcolo automatico in occasione dell’esposizione che si svolse a Londra nel 1951, invito riproposto nell’ottobre dello stesso anno in una manifestazione analogica con sede a Berlino. L’elaboratore elettronico concepito per l’occasione, e denominato *Nimrod*, presenta di fatto un esempio precoce di “computer game”, dove l’evento ludico — il gioco del *nim* — era inteso ad attrarre l’attenzione dei visitatori verso il primo computer commerciale in senso moderno, il Mark I prodotto dall’impresa Ferranti sul modello dei prototipi pionieristici realizzati e sperimentati all’Università di Manchester.

Al di là dell’intento promozionale, che visti i costi esorbitanti poteva interessare esclusivamente organizzazioni di grandi dimensioni, a corredo della dimostrazione venne distribuito un fascicoletto piuttosto interessante al fine di divulgare presso un pubblico il più ampio possibile i principi base del funzionamento di un elaboratore, a quel tempo una novità nel panorama tecnologico, cercando anche di smitizzarne l’aura di “cervello elettronico” — etichetta sotto la quale, ironicamente, Nimrod sarebbe stato invece presentato solo pochi mesi più tardi a Berlino: *elektronen Gehirn*.

Il materiale reso disponibile on-line da Pete Goodeve per ricordare Nimrod a cinquant’anni dall’evento menzionato [62] è servito come spunto per progettare un Laboratorio didattico rivolto agli allievi della scuola secondaria di primo grado. Al centro delle attività proposte emergono non solo vari aspetti inerenti la rappresentazione delle informazioni e l’elaborazione algoritmica, che consentono di comprendere il funzionamento di un computer in generale, ma anche l’analisi matematica di una strategia specifica per competere al gioco del *nim*, analisi sviluppata e pubblicata dal matematico statunitense Charles Bouton all’inizio del ’900 [19], molto prima di essere adottata da Nimrod. Il percorso si integra pertanto molto bene con gli argomenti di Matematica e Scienze, suggerendo inoltre significativi agganci di natura interdisciplinare, in particolare richiamando l’influenza del contesto storico sugli sviluppi scientifici e tecnologici (storia), mettendo a confronto le tecnologie attuali con quelle del recente passato (tecnologia), nonché stimolando riflessioni di carattere “scientifico-filosofico” sul significato dell’intelligenza in generale (diverse discipline) e su come l’idea di “automa intelligente” abbia ispirato la letteratura di fantascienza (letteratura).

La collocazione di un *Laboratorio PLS* nell’ambito della scuola media è motivata dall’importanza, a nostro avviso, di stimolare l’interes-

se degli allievi per le discipline scientifiche fin da una giovane età. Infatti, i loro primi incontri con le discipline, l'immaginario che vanno via via costruendo al riguardo e gli eventuali pregiudizi nei confronti di alcune fra queste avranno una significativa incidenza ai fini delle scelte future, a partire da quella dell'indirizzo di studi nella scuola secondaria superiore.

Ciò vale in particolar modo per gli ambiti della matematica e dell'informatica, attorno ai quali si articola l'esperienza presentata in queste pagine. Da un lato la matematica viene prevalentemente percepita come una disciplina severa, un compendio di regole formali senza agganci convincenti con la realtà quotidiana. D'altro lato l'informatica finisce spesso per essere identificata con un mero *utilizzo* di tecnologie dell'informazione e della comunicazione, accezione in cui si perde il senso profondo di questa disciplina e che non consente ai ragazzi di dominare cognitivamente i processi messi in opera da questi strumenti.

In estrema sintesi, il materiale raccolto attorno al computer Nimrod propone stimoli di interesse per diverse discipline: per la matematica (significato e manipolazione della rappresentazione posizionale dei numeri, formalizzazione e analisi di una strategia di gioco); per l'informatica (rappresentazione ed elaborazione algoritmica di informazioni, distinzione e corrispondenza fra forma e significato); per le scienze, in particolare in relazione alla critica del problema "una macchina può pensare?" da parte di Alan Turing, che ne riformula gli aspetti assoggettabili a indagine in termini diversi e operazionalizzabili in un celebre contributo a sfondo filosofico del 1950 [106]. Inoltre, dal punto di vista storico è interessante affrontare le ragioni politiche, economiche e sociali che hanno posto le premesse dei rapidi progressi tecnologici avvenuti nell'arco di tempo che attraversa il secondo conflitto mondiale.

Nel seguito verranno descritte a grandi linee le attività proposte agli allievi. Tali attività si caratterizzano, fra l'altro, per un'impostazione didattica guidata dai seguenti criteri generali:

- l'attenzione è prevalentemente rivolta ai processi mentali richiesti delle attività, e solo in seconda istanza a concetti specifici;
- l'evoluzione storica è intesa sia come fonte di contenuti da portare in classe, sia come strumento di pianificazione didattica per gli insegnanti [75, 89];
- il ricorso al gioco ha la funzione di rendere meno "severo" il percorso di apprendimento, incoraggiando il coinvolgimento attivo di tutti gli allievi;
- la manipolazione di semplici artefatti, che consentano un controllo completo da parte dei ragazzi, permette di rinforzare le conoscenze acquisite;

- la realizzazione di simili artefatti con materiali d'uso quotidiano quali carta e cartoncino favorisce l'introspezione e lo sviluppo di meta-conoscenze;
- i collegamenti interdisciplinari favoriscono la collaborazione fra insegnanti e contribuiscono allo sviluppo di una visione unitaria della conoscenza.

## 5.2 Inquadramento storico

Il gioco del *nim* è un gioco molto antico, il cui primo riferimento in Europa sembra risalire al XV secolo. Benché il termine “nim” tragga verosimilmente la sua origine dalla radice tedesca del verbo “nehmen” (prendere), l'ipotesi più probabile è che il gioco ci sia pervenuto dalla Cina. Se ne conoscono numerose varianti, ma sostanzialmente la base è la seguente: data una disposizione di oggetti in più gruppi, ciascun giocatore a turno ne preleva uno o più da un solo gruppo. Alla fine, nella versione qui considerata, vince chi prende l'ultimo oggetto.

Dal nostro punto di vista risulta particolarmente interessante l'analisi del gioco da parte del matematico Charles Leonard Bouton, che ha pubblicato la strategia più efficace nel 1901 [19]. Tale strategia può essere descritta in modo elegante utilizzando la notazione numerica binaria.

Le caratteristiche del modello di Bouton, unitamente alla semplicità con cui è possibile rappresentare le configurazioni del *nim*, hanno ispirato la realizzazione di diversi dispositivi *automatici* specializzati nel condurre questo gioco. In particolare, nel settembre del 1940 viene registrato un brevetto di Edward U. Condon, Gereld L. Tawney and Willar A. Derr per una “macchina per giocare al *nim*” [36], presentata alla fiera mondiale di New York nella primavera dello stesso anno con il nome di *Nimatron*. La macchina concepita da Condon e colleghi applicava la tecnologia elettromeccanica, affidando la logica a circuiti di commutazione costituiti da relè.

Trascorrono poco più di dieci anni ed è la volta di *Nimrod*, di cui l'impresa Ferranti affida la realizzazione a John Bennett e Raymond Stuart-Williams per il Festival of Britain del maggio 1951 al fine di promuovere il computer commerciale Mark I. In questo caso il funzionamento si basava sulle valvole termoioniche, una recente innovazione che inaugura l'era dell'elaborazione elettronica e l'idea di computer come strumento di lavoro che andrà ad affermarsi così come la intendiamo ai giorni nostri. Cercando di sfidare *Nimrod*, i visitatori della fiera potevano diventare consapevoli delle nuove opportunità offerte dalle tecnologie sviluppate nel clima di pressante competitività che si instaurò negli anni del secondo conflitto mondiale.

Un ulteriore elemento che accompagna la riflessione sul concetto di *calcolabilità*, a partire dalla metà degli anni 30, e la nascita dei primi dispositivi di elaborazione automatica *general purpose* (non specializzati, cioè, in qualche compito specifico) è rappresentato dagli in-

terrogativi sulle prerogative della mente umana suscettibili di essere trasferite a una macchina. Di particolare rilievo a questo riguardo è l'approccio proposto da Alan Turing [106], che ha contribuito ad alimentare il dibattito sulla natura dell'intelligenza e sulla possibilità di realizzare forme di intelligenza artificiale, dibattito che si protrae fino ai nostri giorni articolandosi in punti di vista contrastanti.

Nell'articolo citato Turing suggerisce di accantonare la domanda se una macchina può essere in grado di pensare, in quanto troppo ambigua, e di sostituirla invece con una domanda correlata, grosso modo se il comportamento di una macchina è in senso statistico discriminabile dal comportamento umano, per affrontare la quale delinea un esperimento concettuale denominato *gioco di imitazione*.

Sullo sfondo degli episodi richiamati, che sono stati scelti in quanto suggeriscono spunti interessanti da un punto di vista culturale, l'arco di tempo che va dalla metà degli anni '30 ai primi anni '50 si caratterizza marcatamente per la rapida evoluzione delle tecnologie di elaborazione di informazioni, di notevole rilievo per la nascita e gli sviluppi dell'informatica. A partire dai primi dispositivi elettromeccanici concepiti da Konrad Zuse già intorno al 1934, e passando attraverso la significativa impresa che, con il contributo di Alan Turing, porta alla realizzazione a Bletchley Park nel 1943 del calcolatore elettronico *Colossus*, decisivo nella decrittazione dei messaggi scambiati dall'esercito nazista, si arriva infine ai primi prototipi di computer moderno con programma residente in memoria, realizzati nel 1948 nei laboratori dell'università di Manchester e perfezionati per la commercializzazione dalla Ferranti nel 1951.

### 5.3 Descrizione

Le attività sono state proposte a quattro classi di due istituti della scuola secondaria di primo grado e, in vista degli obiettivi a lungo termine che ci eravamo prefissati, si sono articolate nell'ambito dell'intero ciclo triennale, dalla prima alla terza. Lo svolgimento ha impegnato circa una cinquantina di ore e si è sviluppato secondo modalità analoghe nei due istituti, pur lasciando spazio per approfondimenti che si adattassero alle peculiarità di ciascun contesto.

Dal punto di vista delle metodologie didattiche, si è fatto ricorso a modalità diversificate di intervento: lezioni frontali, lezioni partecipate, discussione collegiale, lavoro individuale e in piccoli gruppi (anche di tipo laboratoriale), attività ludiche. Anche gli strumenti utilizzati sono stati i più vari: da un lato materiale "povero", come penne e matite colorate, carta e cartoncino, forbici e colla; dall'altro l'impiego di computer e videoproiettore, nonché di software interattivo appositamente sviluppato per le specifiche attività.

Ecco, in sintesi, alcuni dei principali obiettivi generali che abbiamo cercato di perseguire progettando il percorso didattico:

- Comprendere che le modalità di analisi della matematica possono essere applicate anche per analizzare situazioni quotidiane, come nel caso del gioco;

- Accostarsi a un'interpretazione della realtà secondo la prospettiva computazionale (*computational thinking*);
- Utilizzare linguaggi e codici diversi per creare modelli efficaci al fine di affrontare nuovi problemi;
- Riflettere su limiti e potenzialità delle tecnologie dell'informazione;
- Capire che i principi alla base dell'elaborazione automatica non dipendono dalla tecnologia;
- Stimolare i processi di astrazione a partire dalle corrispondenze di situazioni concrete;
- Approfondire tematiche storiche per favorire una migliore comprensione del presente;
- Potenziare le capacità linguistiche descrittive.

Inoltre, fra gli obiettivi specifici menzioniamo, in particolare, i seguenti:

- Riuscire a mettere in relazione sistemi di numerazione e, più in generale, linguaggi differenti;
- Comprendere alcuni aspetti alla base della rappresentazione delle informazioni e della logica interna di un computer;
- Farsi una prima idea di procedura algoritmica;
- Rinforzare il concetto di "invariante";
- Consultare le fonti e interpretare un documento.

### **Primo anno**

Principali attività, in sintesi:

- Carrellata su episodi della storia dell'informatica della metà del '900;
- Confronto delle tecnologie a distanza di 60 anni;
- Gioco del nim: regole e strategie individuali spontanee;
- Lavoro sul sistema binario di rappresentazione numerica;
- Surrogato del "gioco di imitazione", attraverso la rete di computer dei laboratori dell'università;
- Analisi della strategia di gioco elaborata dal matematico C. Bouton;
- Illustrazione dell'algoritmo di Nimrod.

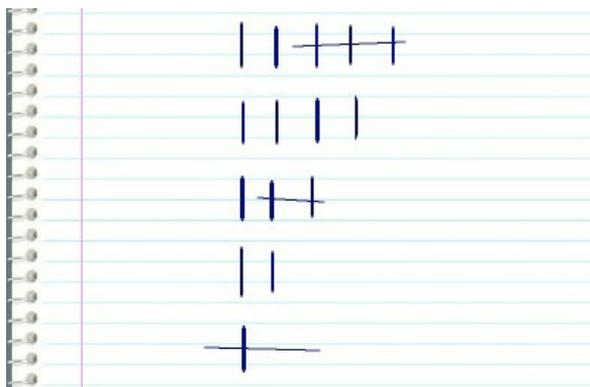
Segue una breve descrizione delle tappe salienti in cui si è articolato il percorso durante il primo anno di attività.

### Londra, Maggio 1951: Festival of Britain

L'argomento viene introdotto attraverso la narrazione, illustrata con alcune foto dell'epoca, dell'episodio della storia dell'informatica che ha fornito lo spunto per il progetto: la presentazione del "Ferranti Mark I" a un'esposizione londinese del 1951. Poiché le dimensioni della macchina hanno costituito un elemento di sorpresa, si è passati ad un confronto tra quel computer pionieristico e un austero dispositivo mobile dei nostri giorni (Nokia E50, in uso intorno al 2010). Oltre all'ingombro, si sono messe a confronto le caratteristiche dei rispettivi componenti interni — unità di elaborazione, memoria principale, memoria permanente, strumenti di ingresso/uscita — in termini di caratteristiche fisiche, capacità di memoria e velocità di elaborazione. In questo modo gli allievi si sono resi conto che la tecnologia, nel corso della storia, ha consentito una graduale miniaturizzazione dei dispositivi di elaborazione, con l'evidente conseguenza di aumentarne la fruibilità e l'accessibilità da parte di tutti.

### Un nuovo gioco

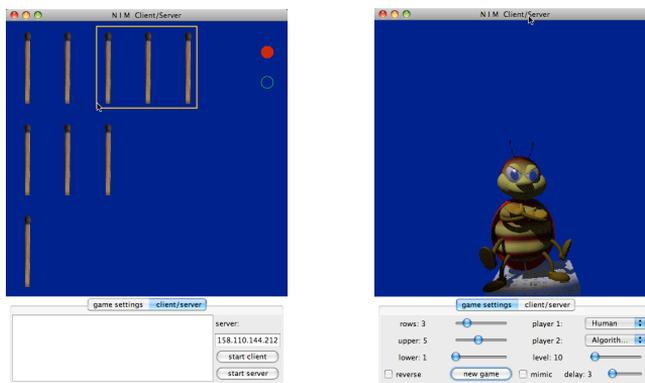
Successivamente gli allievi sono stati invitati a giocare al Nim, sia con carta e penna, sia con un'applicazione appositamente predisposta allo scopo. In particolare, si è optato per la versione in cui ciascun giocatore persegue l'obiettivo di prelevare l'ultimo oggetto (l'ultimo "fiammifero"). Trattandosi di un gioco pressoché sconosciuto ai giovani ragazzi, la novità si è rivelata fonte di divertimento, facilitandone il coinvolgimento quando è stata ripetutamente proposta per consentire loro di prendere confidenza con le regole del gioco su cui si sarebbero poi basate molte delle attività programmate.



### Gioco di imitazione... del giocatore di nim

Ai piccoli tornei cartacei in classe è seguita un'altra esperienza molto avvincente: gli alunni sono stati invitati nei Laboratori universitari per giocare a "Nim" in coppie attraverso i computer della rete locale. La situazione creata si ispirava, in un certo senso, al gioco di imitazione immaginato da Alan Turing nel suo articolo seminale [106], infatti durante il gioco gli allievi non sapevano se avessero

come avversari loro coetanei o un programma in esecuzione su un server.



La situazione è stata stimolante e i ragazzi si sono molto divertiti: il fatto di non conoscere l'identità dell'avversario ha creato interesse, oltre che un simpatico diversivo. La visita ai Laboratori dell'università ha fornito non solo l'opportunità di conoscere la sede, ma anche di scoprire "cimeli" di vecchi computer, esposti in una sala, che non avevano ancora avuto occasione di vedere. Inoltre, sono stati accompagnati da tutor d'eccezione, studenti universitari che hanno risposto alle loro infinite curiosità.



### Brainstorming

Subito dopo il "gioco di imitazione" gli allievi sono stati invitati a rispondere ad un questionario con varie domande. La prima richiedeva di cercare di identificare l'identità del proprio avversario in base

alla conduzione del gioco. In effetti non si trattava di un compito facile: il 40% degli allievi è stato tratto in inganno e, in particolare, più della metà delle coppie che hanno giocato contro un programma pensavano invece di giocare contro dei compagni. Nel motivare la risposta, le affermazioni più comunemente riportate sono state: "L'avversario era il computer perché era molto veloce nel rispondere alle mosse"; oppure: "L'avversario era il computer perché era molto abile" (circa due terzi delle risposte). Vi sono state anche altre giustificazioni che traevano spunto da piccoli indizi di natura contestuale (come le reazioni dei compagni) a cui avevano prestato attenzione durante il gioco.

Come si poteva prevedere, dalle risposte alle domande che chiedevano di illustrare i criteri di scelta delle mosse (proprie o dell'avversario), sono emerse difficoltà a concepire (o verbalizzare) una strategia in termini di regole da seguire. Ciononostante, per circa i due terzi degli allievi il caso o la fortuna rivestono un ruolo marginale. In sintesi, le risposte al questionario sembrano confermare che i ragazzi concepiscono il computer come una macchina efficace ed efficiente, mentre il concetto di strategia resta ancora piuttosto ineffabile.

### Bit e strategie

Dopo un lavoro preparatorio sui diversi sistemi di numerazione, in particolare su quello binario che sta alla base del funzionamento dei dispositivi di elaborazione, gli allievi sono guidati a scoprire l'algoritmo seguito da Nimrod per realizzare una strategia di gioco efficace. Come risultato dell'analisi di C. Bouton, infatti, una simile strategia può essere descritta in modo semplice se si ha familiarità con l'interpretazione numerica della notazione binaria e con una elementare operazione di *controllo di parità*.

Osservando il frammento di un esercizio svolto da una ragazza, riportato nella figura seguente, si possono ricostruire i passi salienti della strategia. Una configurazione del gioco è definita da un numero qualsivoglia di righe, costituite a loro volta da un certo numero di oggetti (asticciole). Nel caso in esame si riconoscono 5 righe di 10, 7, 9, 2 e 3 oggetti, rispettivamente.

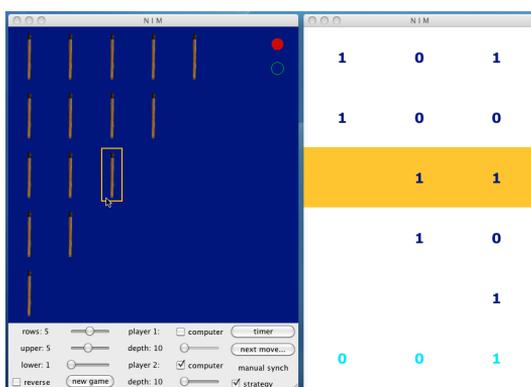
$\begin{array}{l} \text{     } \\ \text{     } \\ \text{     } \\ \text{  } \\ \text{  } \end{array} \quad \begin{array}{l} 10 = 8 + 2 \\ 7 = 4 + 2 + 1 \\ 9 = 8 + 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1010 \\ 111 \\ 1001 \\ \hline 0101 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11010 \\ 010 \\ 1001 \\ 10 \\ 11 \\ \hline 0000 \end{array}$
---	--

Come primo passo, i numeri di oggetti presenti in ciascuna fila vengono rappresentati nel sistema binario e incolonnati in modo appropriato (come per sommarli). Quindi, si aggiunge un'ulteriore riga (in figura sotto la barra orizzontale) che rappresenta il controllo di parità colonna per colonna. In altri termini, un bit (cifra binaria)

della riga introdotta è scelto in modo tale che nella colonna con cui è allineato il numero complessivo di bit '1' (incluso quello aggiunto) sia pari. Se con una mossa si riesce a fare in modo che la riga aggiunta contenga solo '0', allora quella mossa permette di vincere al gioco.

Nel caso esemplificato l'allieva riconosce che a tal fine è sufficiente modificare la seconda riga trasformando '111' in '010', ciò che corrisponde a togliere 5 asticcioline (tagliate con la penna). In questo caso si trattava dell'unica scelta possibile, ma in generale ci potrebbero essere più opzioni, o nessuna — nel qual caso non resta che sperare in un errore dell'avversario.

Per facilitare la comprensione della procedura suggerita da Bouton ci si è anche avvalsi dell'aiuto di un'applicazione che permette di visualizzare la configurazione del gioco affiancandovi la corrispondente "rilettura" nel sistema binario. Da un punto di vista operativo, la strategia è stata assimilata in modo soddisfacente dagli allievi. Ciò si evince, in particolare, dalle risposte fornite in un test assegnato verso la conclusione dell'anno scolastico: circa tre quarti delle soluzioni di esercizi riguardanti l'applicazione della strategia di Bouton sono risultate infatti corrette.



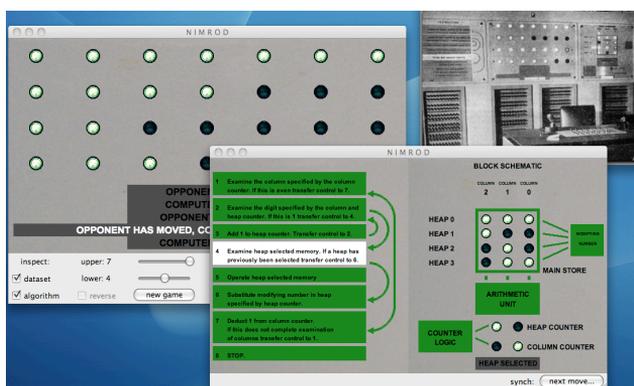
### Procedure algoritmiche

A questo punto ci si è posti l'obiettivo di indagare più a fondo su come la procedura applicata per scegliere una buona mossa possa essere tradotta in termini "comprensibili" a una macchina. A tal fine si è utilizzato un modello che consente di simulare le operazioni e i passi elementari eseguiti da Nimrod, presentandoli nella forma che venne proposta ai visitatori dell'esposizione nel 1951.

La finestra in secondo piano nella figura mostra il monitor centrale di Nimrod, che rappresenta una configurazione del gioco in cui gli oggetti corrispondono a lampade accese, raggruppate per riga. La finestra in primo piano affianca i pannelli laterali che illustrano la rappresentazione interna delle informazioni (a destra), codificata in binario, nonché la struttura e il procedere dell'algoritmo (a sinistra), articolato in 8 passi da eseguirsi sequenzialmente o seguendo le linee di flusso indicate, a seconda delle situazioni che si verificano.

Benché un simile processo di simulazione passo-passo dell'algoritmo sia assolutamente meccanico, va comunque osservato che in base alla nostra esperienza molti allievi si scontrano con delle difficoltà, probabilmente legate al livello di dettaglio nella parcellizzazione delle operazioni. Se da un lato buona parte di loro — circa due terzi — individua con chiarezza la configurazione finale ed è in grado di raffigurarla esattamente nella forma presentata dal modello, d'altro lato solo la metà di questi riesce anche a tracciare con precisione la sequenza completa dei passi seguiti, pur avendo sotto mano il diagramma di flusso.

Questa constatazione ha suggerito di insistere, alla ripresa delle attività nell'anno successivo, con l'utilizzo di modelli "manipolatori" realizzati in carta e cartoncino.



## Secondo anno

Principali attività, in sintesi:

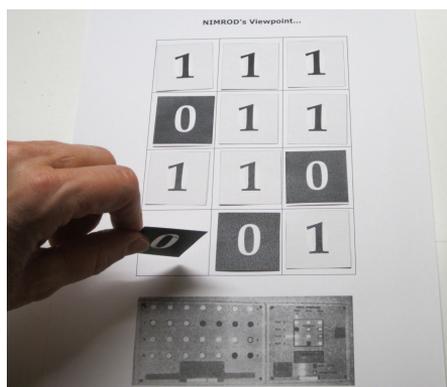
- Realizzazione di modelli in carta e cartoncino;
- Confronto fra simulazione e manipolazione;
- Codice binario in altri contesti ludici: "conta" ispirata a un racconto di Giuseppe Flavio;
- Ricerca di analogie relative a varianti del gioco del nim;
- Lavoro volto a stimolare processi di astrazione: analisi complessiva delle evoluzioni del gioco;
- Ricerca degli invarianti implicati dalla strategia di C. Bouton.

Alla ripresa delle attività nel secondo anno, al fine di integrare i nuovi allievi e per favorire la formazione di gruppi di lavoro trasversali alle classi partecipanti, si è ritenuto opportuno chiedere ai ragazzi stessi di fare resoconto dell'esperienza dell'anno precedente, mettendo in rilievo gli elementi più significativi dal loro punto di vista. Si è poi proceduto attraverso le tappe illustrate per sommi capi qui di seguito.

### Giochi di prestigio con i bit

Come accennato poco sopra, viste le difficoltà riscontrate nel ricostruire con precisione i passi effettuati dal computer, i ragazzi sono stati invitati a sviluppare dei modelli in carta e cartoncino. Tra l'altro, l'uso di artefatti diversi con la funzione di modellare una stessa procedura si prefigge di agevolare i processi di astrazione e concettualizzazione (vedi anche [47]).

Un primo semplice artefatto è costituito da tasselli, ritagliati dagli allievi, che riportano la cifra 0 da un lato e 1 dall'altro. Disponendo tali tessere su una griglia  $4 \times 3$  (vedi illustrazione) è possibile riprodurre la rappresentazione interna delle configurazioni del gioco adottata da Nimrod. Dopodiché, le principali operazioni previste dall'algoritmo possono essere simulate girando opportunamente i tasselli.



### Tecnologia trasparente

Grazie anche alla collaborazione dell'insegnante di tecnologia, si è quindi passati alla realizzazione di un artefatto in cartoncino in grado di modellare il funzionamento di Nimrod in maggior dettaglio.

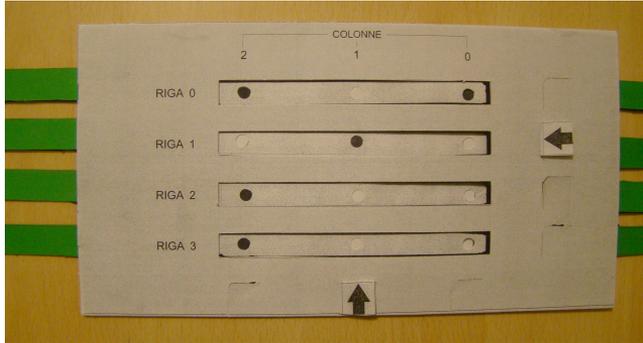


La configurazione del gioco (monitor centrale di Nimrod) e la rappresentazione interna binaria (pannello destro) sono rappresentate sulle due facce dell'artefatto, dove le lampadine sono simulate da fori circolari sotto i quali scorrono delle strisce di cartoncino con delle bande bianche e nere. Le bande bianche e nere sui due lati delle strisce sono disposte in modo tale da garantire automaticamente la coerenza fra le due rappresentazioni. In corrispondenza alla matrice binaria sono inoltre previste delle "tasche" per innestare dei tasselli con una freccetta allo scopo di tenere traccia della riga e della colonna selezionate nel corso dell'elaborazione.



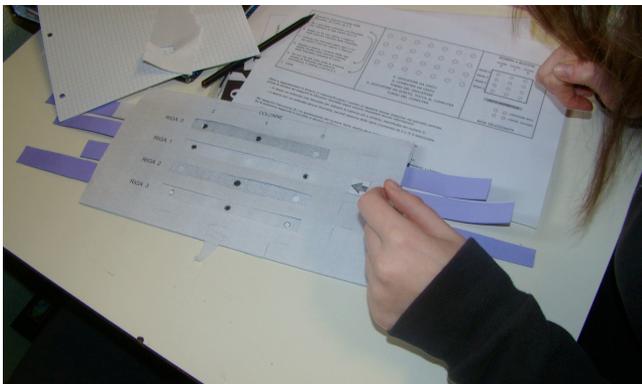
Il modello così articolato si presta a simulare i passi dell'algoritmo a un livello di dettaglio analogo a quello visualizzato dai pannelli

frontali di Nimrod. Gli studenti avevano inoltre a disposizione un foglio supplementare che riporta il diagramma di flusso opportunamente adattato e le istruzioni di Nimrod riformulate in termini di operazioni eseguibili con l'artefatto di cartoncino.



Questa “ginnastica” di mappatura fra un codice e un altro e il conseguente continuo passaggio dal concreto all’astratto, come già affermava Piaget [87], ha sicuramente contribuito a migliorare la comprensione della procedura analizzata. Ciò è testimoniato anche dalle risposte ai quesiti del questionario successivo, che sono risultate significativamente più corrette rispetto all’anno precedente.

Più in generale, da un punto di vista didattico è inoltre importante l’impiego di linguaggi di natura diversa in relazione alla verbalizzazione di procedure, alla manipolazione di artefatti, all’uso di simulazioni attraverso il computer.



### Sorprendenti potenzialità della manipolazione di bit

La tappa successiva ha proposto un diversivo, una sorta di “conta” ispirata all’epilogo del racconto dell’assedio Romano nell’opera di Giuseppe Flavio “Le Guerre Giudaiche”. La rielaborazione proposta in [graham\_et\_al\_94] come spunto per analizzare matematicamente un problema si presta a una drammatizzazione ludica. In estrema sintesi i ragazzi, disposti in cerchio, fanno circolare un testimone passandoselo l’un l’altro e uscendo uno sì e uno no dal cerchio. In

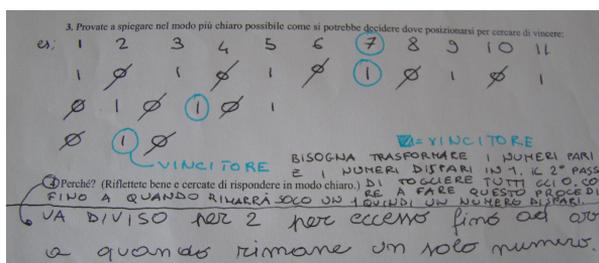
particolare, dopo il primo giro del testimone tutti i ragazzi inizialmente in posizione pari sono usciti e solo (circa) la metà rimangono in gioco nel cerchio. Si prosegue quindi in modo analogo con coloro che rimangono in gioco, fino a che un solo ragazzo si trova ancora nel cerchio, aggiudicandosi la “vittoria”.

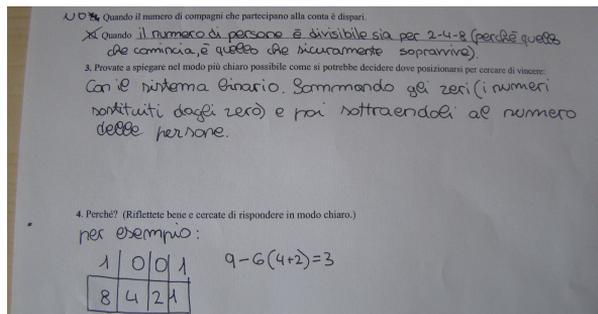
La domanda chiave è sorta spontaneamente: quale posizione bisogna occupare all’inizio per vincere? Nelle situazioni sperimentate si era scelto di volta in volta un numero diverso di partecipanti, mentre i compagni temporaneamente esclusi dal gioco avevano il compito di osservarne l’evoluzione registrando il numero di giocatori e la posizione iniziale del vincitore. Tuttavia non è così facile mettere in relazione l’esito del gioco con la disposizione iniziale.

Dopo un certo numero di osservazioni gli allievi, lavorando in coppia, sono stati invitati a ipotizzare possibili strategie per scegliere la posizione iniziale vincente, e a verificare le ipotesi fatte attraverso i dati raccolti ed eventuali ulteriori simulazioni con carta e penna.



L’attività, per sua natura chissosa e movimentata, ha portato ad esiti molto interessanti. In particolare alcune ragazze hanno individuato autonomamente soluzioni (corrette) creative, una delle quali piuttosto originale e del tutto inattesa.





Tutte le soluzioni trovate sono state esposte nella discussione finale e, ad un'analisi più approfondita, ci si è accorti che il sistema binario poteva di nuovo facilitarci il compito in modo insospettabile: il numero che si ottiene spostando la cifra più significativa della rappresentazione binaria del numero di giocatori a destra di quella meno significativa rappresenta la soluzione cercata. Per esempio, nel caso di 12 giocatori la posizione vincente è 9:

$$12 \rightarrow 1100 \rightarrow 1001 \rightarrow 9$$

### Variazioni sul tema del “nim”

Questa attività è stata pianificata allo scopo di capire se ed eventualmente fino a che punto gli allievi sarebbero stati anche in grado di cogliere analogie e intuire le relazioni fra problemi all'apparenza diversi, ma che nascondono una struttura comune. I ragazzi sono stati quindi invitati a cimentarsi in coppia, contro il computer, su alcune “varianti” del gioco del nim così caratterizzate:

- Uno dei fiammiferi ha colore diverso e chi lo preleva perde; in questo caso ci si può ricondurre alla strategia nota semplicemente facendo finta che il fiammifero diverso non sia presente.
- variante “gelosia” del nim: perde chi preleva l'ultimo fiammifero, qualunque esso sia; in questo caso, pur non essendo evidente, la strategia nota funziona comunque fino al momento in cui una sola riga ha più di un fiammifero — dopodiché è ovvio come procedere.

Inoltre, agli allievi è stato chiesto di esplorare strategie diverse seguite dal computer (alcune delle quali arbitrarie) cercando di caratterizzarne le regole. Tuttavia, in base all'esito del questionario somministrato alla fine di questa esperienza, i compiti assegnati si sono rivelati molto difficili per la maggior parte degli allievi, che hanno fornito risposte piuttosto superficiali.

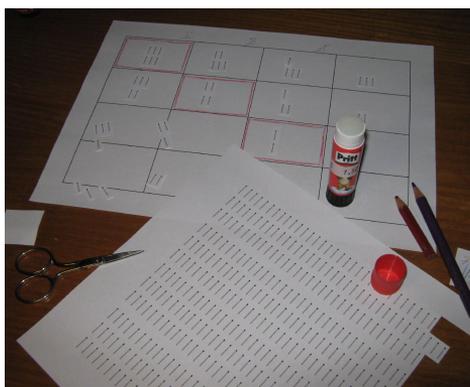
### Astrazione sul gioco

L'ultima tappa del II anno ha portato a un livello più astratto l'analisi della strategia di Bouton, proponendosi di far pensare *simultaneamente* diverse possibili evoluzioni del gioco, compito particolar-

mente impegnativo dal punto di vista cognitivo. La chiave dell'approccio risiede in un concetto di *invariante* che una buona strategia mira a realizzare ad ogni mossa. Si trattava, quindi, di fare emergere il ruolo dell'invariante in relazione al perseguimento di un esito favorevole del gioco.

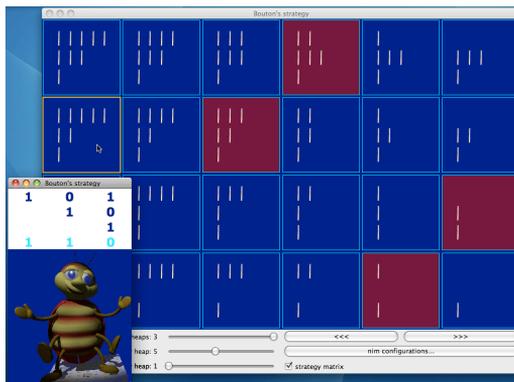
Poiché gli allievi dell'età considerata non sono ancora in grado di dominare il pensiero astratto, si è cercato di pianificare attività che costituissero un ragionevole compromesso fra concreto e astratto, dove ancora una volta l'esperienza "concreta" si è fondata sulla manipolazione di artefatti realizzati con carta, forbici, colla e matite colorate.

Preso come riferimento una configurazione iniziale costituita da due righe di tre fiammiferi ciascuna, agli allievi è stato innanzitutto chiesto di individuare tutte le configurazioni possibili del gioco che ne sarebbero potute conseguire, e di organizzarle in una griglia  $4 \times 4$  in modo che ad una generica mossa corrisponda uno spostamento (orizzontale) a destra oppure (verticale) in basso. Operativamente, gli studenti ritagliavano gruppi di fiammiferi da un foglio in cui ne erano stampate lunghe fila e li incollavano all'interno dei riquadri della griglia per rappresentare le diverse configurazioni.



Il compito successivo era di colorare i riquadri che rappresentavano configurazioni sfavorevoli per l'avversario, in cui il controllo di parità è verificato (che nel caso in esame si trovano lungo la diagonale principale della griglia), nonché di osservare come esista sempre una mossa per passare da un riquadro non colorato ad uno colorato, mentre non è mai possibile passare in una sola mossa da un riquadro colorato a un altro riquadro colorato.

Successivamente si è ripetuta l'analisi nel caso un po' più complicato di una configurazione iniziale costituita da tre righe, rispettivamente con  $5-3-1$  fiammiferi, analisi che richiede una terza dimensione, nel caso concreto mappata su due fogli da sovrapporre (fiammifero nell'ultima riga presente o rimosso). Infine, attraverso una discussione collettiva, si è cercato di condurre i ragazzi a riflettere sull'evoluzione del gioco, quando uno dei giocatori applica la strategia di Bouton, in termini di "ripristino" dell'invariante realizzato nei riquadri colorati.



### Terzo anno

Principali attività, in sintesi:

- Gioco in una mappa stile “Manhattan”: insospettite analogie con il nim;
- Gioco del nim nella versione “gelosia”;
- Confronto delle strategie per le due versioni del gioco del nim;
- Attività nello spirito della “filosofia per i ragazzi” (P4C);
- Animazione tramite la programmazione in Scratch;
- Visita di una mostra sulla storia degli strumenti di calcolo.

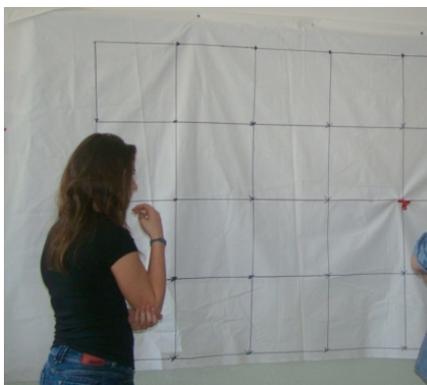
Anche per il terzo e conclusivo anno il percorso, a cui poteva essere dedicato meno spazio nell’ambito della programmazione scolastica, si è articolato in diverse attività, con una maggiore differenziazione fra i due istituti coinvolti. Ancora una volta l’arrivo di nuovi compagni da rendere partecipi di parte del lavoro svolto nelle fasi precedenti ha rappresentato l’occasione per una veloce ricapitolazione.

### Istruzioni per un “flaneur” a Manhattan... drammatizzate

Questa attività, ispirata dagli strumenti utilizzati per analizzare le possibili evoluzioni del gioco alla conclusione del percorso dell’anno precedente, ripropone l’obiettivo di stimolare gli allievi a cogliere analogie e relazioni fra problemi che, al di là delle apparenze, condividono una struttura comune.

Specificamente, si è realizzato un gioco utilizzando un grande telo con disegnata una rete di strade allineate lungo due direzioni perpendicolari nello stile del quartiere New Yorkese di Manhattan. Le regole sono semplici: i giocatori spostano a turno un gettone, inizialmente collocato in un incrocio qualsiasi, con l’obiettivo di raggiungere l’angolo in basso a destra per vincere. Tuttavia gli spostamenti validi sono solo quelli lungo una singola strada, verso destra o in basso, di uno o più isolati.

Dopo aver lasciato il tempo di esplorare varie situazioni, giocando fra di loro, ai ragazzi è stato proposto un questionario con domande che avevano per oggetto la possibilità di mettere in atto una buona strategia. L'analogia con una delle esperienze fatte alla fine dell'anno precedente, se colta, consente di capire che per poter vincere è necessario cercare di posizionarsi in uno degli incroci disposti lungo la diagonale che include la destinazione finale. Può essere interessante osservare che tale analogia è stata riconosciuta dal 40% circa degli allievi, anche se non tutti sono poi riusciti a verbalizzare con sufficiente precisione le regole da seguire per decidere una mossa.



### Un finale diverso

Successivamente si è ritornati ad esaminare in modo più approfondito la versione “gelosia” del gioco del nim, in cui perde chi preleva l'ultimo fiammifero. Dopo aver ripreso dimestichezza con le regole, giocando, si è tenuta una discussione collettiva durante la quale gli allievi sono stati guidati a ragionare e a comprendere i motivi di un certo modo di operare.

### Un pizzico di filosofia...

Questa insolita attività ha coinvolto la docente di lettere che ha inteso indirizzare la discussione sulle tematiche emerse negli anni precedenti. In particolare, ha destato molto interesse la possibilità che un computer sia in grado di imparare come giocare dagli errori e dal comportamento dell'avversario, capacità che in genere sono considerate prerogativa degli esseri umani. Di conseguenza sono emerse alcune tematiche dell'intelligenza artificiale, tematiche che si è cercato di affrontare tramite le metodologie di Lipman della *Philosophy for Children* (P4C) e relative varianti [71, 109].

Il protocollo standard della filosofia per i ragazzi suggerisce che la classe, vista come di “comunità di ricerca”, si disponga in circolo e condivida una lettura ad alta voce. Dopo una riflessione ci si comincia a porre delle domande inerenti al testo, le questioni vengono trascritte e il gruppo decide quali argomenti approfondire. L'insegnante, che assume il ruolo di facilitatore/moderatore, scrive su una lavagna gli

interventi e funge da guida per raggiungere un'ipotesi condivisa. Lo stupore e la curiosità dell'interrogarsi di fronte al mondo sono infatti elementi propri dell'essere umano che già in giovane età inizia a porsi domande radicali sul senso del proprio esistere e della realtà che ci circonda.

Nel nostro caso, diversamente dal protocollo usuale, per stimolare la discussione erano stati scelti alcuni episodi del “giallo informatico Nouma” [37], una rappresentazione teatrale realizzata da allievi di liceo e registrata su DVD. Dopo un inizio timido, con interventi prevalentemente maschili, il dibattito si è ben presto acceso e ha coinvolto l'intera comunità: Sopprimere una macchina che ha comportamenti per certi versi “umani” è assimilabile a un assassinio? Il robot può commettere errori? E può sbagliare fino al punto di uccidere un umano?



Dalle risposte sono emersi alcuni spunti molto interessanti, tra cui la domanda, al centro del dibattito sull'intelligenza artificiale: “I robot possono pensare?” E le sorprese non sono mancate: cercare di assomigliare ad un altro significa anche capire le sue emozioni... È in questa prospettiva che il filosofare, inteso come capacità di riflettere su ciò che si ritiene importante ed essenziale, può divenire uno strumento educativo per educare a pensare.

### Animazione della conta

Come si è accennato, alcuni sviluppi del progetto si sono differenziati nelle due scuole coinvolte. Mentre in una di esse si è sperimentato l'approccio della filosofia per i ragazzi descritto per sommi capi sopra, nell'altra i ragazzi sono stati invitati ad utilizzare l'ambiente di programmazione *Scratch* per creare brevi animazioni. La “conta” ispirata al racconto di Giuseppe Flavio ha fornito il pretesto per le animazioni, realizzate prestando particolare attenzione ai dati da fornire al computer per ottenere un certo risultato.

*Scratch* è un linguaggio di programmazione concepito a fini didattici [91], le cui strutture sono costituite da blocchetti che si combinano come tasselli di un puzzle, riducendo al minimo la necessità di fornire informazioni testuali. È particolarmente adatto a mettere in

scena storie interattive (*storytelling* [68]), giochi, simulazioni, esperimenti virtuali; permette inoltre di condividere via web progetti pedagogici, o semplicemente di intrattenimento, coinvolgendo compagni di classe, amici, genitori.

### Enigma alla fine

Il percorso si è concluso con la visita di istruzione alla mostra P.S.I.C. “Percorsi Storici dell’Informatica e del Calcolo” [17], allestita presso l’Istituto Tecnico “A. Volta” di Trieste.<sup>1</sup> Pur echeggiando nell’acronimo il celebre thriller psicologico di Hitchcock, il taglio del curatore Corrado Bonfanti non si presta alla facile evocazione di scenari fantascientifici, ma mette in luce i piccoli passi compiuti via via dall’uomo per realizzare strumenti di calcolo. La grande varietà di oggetti esposti racconta infatti una lunga storia nel corso della quale l’uomo ha concepito, progettato, costruito e utilizzato artefatti volti ad agevolare il calcolo e a potenziare le proprie capacità di elaborazione, diversificandoli a seconda delle situazioni problematiche da risolvere [16].

I ragazzi hanno visitato le sezioni della mostra osservando, e quando possibile “toccando” con mano, ogni strumento, dall’abaco, utilizzato fin dal 5000 a.C., ai dispositivi elettronici che risalgono solo a qualche decennio fa, ma che la rapida evoluzione a cui assistiamo ha già provveduto ad archiviare nei musei. Questa visita d’istruzione ha confermato l’importanza, anzi la necessità, di introdurre nella prassi didattica la dimensione storica, anche quando una materia come l’informatica sembrerebbe non averne bisogno. La riflessione sul progressivo cammino scientifico e tecnologico, il contatto con i vecchi strumenti e con i materiali utilizzati per costruirli (il legno per esempio) hanno molto sorpreso i giovani visitatori, ignari di questi antecedenti storici.

L’esperienza è stata infine arricchita dalla proiezione del film “Enigma” di Michael Apted, ispirato alle attività dei crittoanalisti di Bletchley Park, in cui si inserisce il significativo contributo di Alan Turing, per decodificare il codice della macchina *Enigma*, utilizzata dai nazisti durante la seconda guerra mondiale.

## 5.4 La voce della scuola

Le attività descritte nella precedente sezione si sono proposte di avvicinare i ragazzi ai contenuti *disciplinari* dell’informatica. Nel contesto della scuola media, l’ora di informatica tende prevalentemente a ridursi a una sorta di addestramento all’uso di alcuni strumenti ICT. In questo modo i ragazzi non si abituano a porsi in modo critico rispetto alle tecnologie che stanno adoperando; anzi, spesso l’atten-

<sup>1</sup> La mostra si articola in due sezioni: nella prima diversi poster illustrano personaggi, eventi, convegni e musei attinenti al tema della rassegna; nella seconda sono esposti un centinaio di reperti storici, i più antichi risalenti al XVIII secolo, molti dei quali tuttora funzionanti.

zione è concentrata esclusivamente sul prodotto, senza tener conto delle strutture sottostanti che ne permettono la realizzazione.

Un approccio diverso, volto a creare le condizioni di una crescita culturale, ci viene suggerito da progetti internazionali come *CS Unplugged* [10], da cui hanno tratto ispirazione anche parte delle attività da noi proposte. Seguendo questo tipo di impostazione non si pone l'accento sull'impiego di tecnologie, ma sulla concettualizzazione, sulla metodologia, sui processi cognitivi che possano concorrere alla formazione scientifica degli allievi. Comprendere i principi generali e la logica alla base degli strumenti di calcolo aiuta l'allievo a organizzare il proprio pensiero, a sviluppare un'attitudine critica e ad acquisire una maggiore consapevolezza della reale portata dell'informatica.

Per raggiungere questi obiettivi è stato scelto un gioco che favorisse il coinvolgimento attivo e che, nello stesso tempo, permettesse agganci con la storia e con altre materie di studio (matematica, scienze, letteratura) in un'ottica di interdisciplinarietà.

### Processi mentali vs. concetti

Più in generale, a nostro avviso è importante mirare l'azione pedagogica non solo all'acquisizione di concetti, ma (e soprattutto) ai *processi mentali* in cui i concetti prendono sostanza. A tale proposito è interessante l'analisi della cognizione matematica da parte di Duval: "Da un punto di vista epistemologico esiste una differenza di fondo fra la matematica e gli altri domini della conoscenza scientifica. Gli oggetti matematici [...] non sono mai accessibili alla percezione o agli strumenti [...]. Il solo modo di accedervi e di trattare con essi passa attraverso l'uso di segni e rappresentazioni semiotiche" [47]. Quindi, secondo Duval, due tipi di trasformazione giocano un ruolo centrale: *trattamenti e conversioni* di rappresentazioni.

I trattamenti sono essenzialmente trasformazioni algoritmiche all'interno di un dato registro semiotico. Le conversioni si basano su mappe fra rappresentazioni di natura diversa e sono più complesse dal punto di vista cognitivo in quanto presuppongono di riconoscere che l'oggetto denotato è lo stesso, dissociandolo dalla forma della rappresentazione. Di conseguenza, i processi mentali peculiari della matematica richiedono la capacità di coordinare cognitivamente rappresentazioni semiotiche diverse al fine di compensare la mancanza di accesso diretto (o strumentale) alle entità denotate. Pertanto, sulla base dell'analisi di Duval, risulta importante lavorare con rappresentazioni eterogenee di uno stesso oggetto astratto: gli artefatti utilizzati nelle attività qui presentate, come per esempio i modelli in cartoncino e le simulazioni interattive, svolgono anche questo ruolo (vedi inoltre [74]).

Infine, la discussione degli aspetti di natura filosofica connessi alla caratterizzazione dell'intelligenza nell'uomo e nelle macchine viene affrontata, senza ovviamente alcuna pretesa di approfondire una tematica così complessa, attraverso gli strumenti della "filosofia per i ragazzi". Questa metodologia didattica ha lo scopo di stimolare i gio-

vani allievi ad esercitare il loro spirito critico e prevede la conduzione di un dibattito nel corso del quale sono sollecitati a porsi domande, ad ipotizzare (diverse) possibili risposte, a confrontarsi argomentando il proprio punto di vista e rispettando quello degli altri.

In sintesi, l'approccio nella conduzione del progetto ha voluto tener conto di diversi spunti pedagogici:

- Integrazione delle prospettive di diverse discipline, perseguendo una visione unitaria della conoscenza.
- Introduzione di concetti risalendo ai momenti della loro genesi, quando si sono presentati nella forma più semplice, ispirandosi all'analogia fra sviluppo soggettivo e sviluppo storico; oltre ad essere di per sé istruttivo, questo approccio rende la scienza più accessibile e meno astratta [59].
- Ricorso al registro narrativo, che rappresenta la prima forma di conoscenza del bambino [26, 27, 11], suscita curiosità e predispone all'ascolto.
- Ruolo pedagogico del gioco che, essendo percepito come esperienza non istituzionalizzata, non produce ansia ed evita la rinuncia a priori da parte degli allievi che riscontrano maggiori difficoltà, in particolare nella matematica [103].
- Attenzione al coinvolgimento emotivo, che favorisce l'apprendimento [112]; le situazioni di apprendimento, infatti, non sono mai neutre dal punto di vista emotivo ed affettivo [18].

### Bilancio dal punto di vista della matematica

Da un punto di vista metodologico il gioco è servito agli allievi come mediatore per allenare la mente ad analizzare situazioni, cogliere i particolari, riconoscere pattern che si ripetono per poi indurre regole generali, mettere a confronto analogie e differenze. L'esercizio di individuare *invarianti* ha avuto ricadute positive nello studio delle trasformazioni geometriche. Il concetto di variabile, inoltre, è stato ritrovato nel calcolo letterale, facilitandone la comprensione. A questo proposito si è poi posta anche la questione del linguaggio da impiegare per esplicitare le regolarità individuate: per comunicare un'idea con sufficiente precisione è necessario fare ricorso a frasi più chiare e introdurre simboli idonei allo scopo.

Gli allievi sono rimasti molto sorpresi dallo scoprire le potenzialità del sistema di numerazione binaria, che nei problemi affrontati si è rivelato uno strumento agile e versatile in grado effettivamente di aiutarci. Questo ha sollecitato la loro curiosità al punto di chiedere di approfondirne la conoscenza e i campi di utilizzo. In relazione all'applicazione che si è fatta della rappresentazione in base due, anche il concetto di potenza ha assunto una valenza pratica importante che poi si è trasferita per lavorare con più facilità sulle unità di misura.

Da un punto di vista più generale, i ragazzi hanno potuto toccare con mano l'utilità di strumenti formali che di solito sembrano essere relegati alla sterilità, cosa che ha contribuito a percepire la matematica, con le sue regole da scoprire e i suoi linguaggi, come una disciplina "viva".

### **Bilancio dal punto di vista dell'informatica**

Attraverso le attività proposte i ragazzi hanno potuto entrare "dentro" un computer e conoscere alcuni dei principi su cui si basa, il modo in cui sono rappresentate le informazioni e le caratteristiche della logica interna. In particolare, il confronto delle tecnologie degli anni di Nimrod con quelle attuali ha messo in evidenza che i principi di fondo ne sono indipendenti e riguardano molto di più il nostro modo di interpretare i fenomeni e le capacità organizzative della mente umana.

Il confronto di artefatti dalle caratteristiche così diverse ha permesso inoltre di impostare un lavoro che aiuti ad attribuire un significato alle unità di misura di grandezze di rilievo per l'informatica — e ai diversi ordini di grandezza delle entità misurate.

Per maggiori dettagli su motivazioni e implicazioni delle attività svolte d un punto di vista informatico si veda anche l'articolo [78].

### **Bilancio dal punto di vista delle scienze**

Molte delle attività svolte hanno comportato momenti di esplorazione, osservazione e formulazione di ipotesi da sottoporre a vaglio. Il principale contributo all'assimilazione di un metodo scientifico riguarda proprio la necessità di verificare le proprie ipotesi e il saper essere critici nel momento in cui la risposta ottenuta non è quella attesa.

Anche il gusto della ricerca per affrontare con successo una situazione problematica ha animato le attività, mettendo in luce come le conoscenze acquisite in un ambito possano aprire nuove strade in un ambito diverso.

### **Bilancio dal punto di vista delle competenze generali**

Nel corso del triennio gli allievi hanno gradualmente affrontato situazioni in cui la capacità di analizzare, gestire le conoscenze, ricercare soluzioni li ha sicuramente aiutati ad avere una maggior autonomia e a perseguire quella che è una delle competenze chiave: "imparare ad imparare". Complessivamente poi c'è stata una spinta a migliorare il proprio metodo di lavoro, messo ripetutamente alla prova per affrontare situazioni problematiche.

Le diverse attività pratiche e manipolative hanno ancora una volta dimostrato la forte correlazione tra il concreto e l'astratto, dove ciascuno dei poli complementa e potenzia l'altro. Il poter verificare concretamente le ipotesi fatte determina sicurezza e incentiva gli sviluppi successivi.

Le attività a piccoli gruppi hanno rafforzato la capacità di collaborazione e aiutato a limitare la propria individualità. Infine le attività ispirate alla metodologia della filosofia per ragazzi, basate sul continuo confronto con i compagni, ha migliorato le capacità espressive, argomentative e, soprattutto, di ascolto dell'altro.

### Ulteriori riscontri

Pur trattandosi di una strategia per alcuni aspetti non banale, la semplicità delle regole e la ciclicità delle mosse permettono di proporla ad allievi della secondaria di primo grado. Si tratta eventualmente di limare alcune delle attività che si sono rivelate troppo impegnative dal punto di vista cognitivo, come l'esplorazione non guidata per scoprire analogie fra varianti del gioco del nim. A questo proposito forse sarebbe sufficiente prevedere dei percorsi più strutturati, con delle domande intermedie che aiutino l'allievo nel focalizzare la propria attenzione sugli aspetti rilevanti.

Probabilmente abbiamo infatti sottostimato la difficoltà di condurre un'analisi *sistematica*, competenza che, in base alle teorie dello sviluppo cognitivo che hanno ereditato l'impostazione di Piaget, è prerogativa dello stadio *operatorio formale*, non sempre pienamente raggiunto alle età della scuola media [101]. Un ulteriore aspetto su cui riflettere è la scarsa familiarità con forme linguistiche *rigorose*, come indicato dalla discrepanza fra inaccuratezza nel tracciare i passi dell'algoritmo di Nimrod e correttezza della rappresentazione interna finale raggiunta, nonché dalla vaghezza nella verbalizzazione di procedure in generale.

D'altro canto, una sorpresa inattesa è stato lo spontaneo coinvolgimento di ragazze e ragazzi non sempre motivati ad affrontare compiti scolastici, o con percorsi difficoltosi. In particolare due ragazze hanno individuato autonomamente soluzioni creative al problema della "conta", e una delle soluzioni era veramente originale da ogni punto di vista. La gioia delle allieve per il risultato conseguito e per il ruolo positivo assunto è stato forse il migliore coronamento dell'esperienza fatta.

## 5.5 Conclusioni

Al di là della consueta difficoltà di trovare il tempo per attività extracurricolari, l'esperienza complessiva si è rivelata utile per allievi e insegnanti. Il feedback raccolto attraverso questionari di percezione soggettiva e test di comprensione consente di farci un'idea riguardo l'efficacia nel breve termine di un simile programma, in relazione agli obiettivi che ci siamo posti, e rivela possibili punti di debolezza nella pianificazione di alcuni dei compiti.

Dal punto di vista del gradimento, per il 91% degli allievi valeva la pena cimentarsi nell'esperienza. Nel complesso i temi sono stati giudicati interessanti e l'86% degli allievi ritiene di aver migliorato le proprie conoscenze metodologiche. È inoltre interessante osservare che più dei due terzi di essi (68%) hanno dichiarato di aver cambiato

la propria visione dell'informatica: da un lato è stata una sorpresa scoprire che anche questa disciplina potesse avere una storia; dall'altro la struttura e la logica interna dei dispositivi informatici ha destato notevole curiosità.

Altri quesiti si riferivano alle tematiche che avrebbero eventualmente preferito approfondire. Le scelte più frequenti sono state: l'informatica in generale (44%), le potenzialità e i limiti di computer (43%), la logica interna di Nimrod (42%), lo sviluppo storico della tecnologia (37%). Prese nel loro insieme, dunque, le risposte sembrano indicare che gli obiettivi generali sono stati perseguiti con ragionevole successo.

In relazione agli obiettivi più specifici, verificati in itinere, le risposte ai test di comprensione sono risultate meno omogenee, ma complessivamente gli stimoli forniti hanno favorito il confronto e lo sviluppo di un'attitudine critica verso la conoscenza. L' "a-tipicità" delle situazioni didattiche ha permesso anche ai ragazzi più deboli di mettersi in gioco, osservando, facendo ipotesi e producendo con successo soluzioni alternative.

Il coinvolgimento e la partecipazione sono stati notevoli, probabilmente perché le ore scolastiche dedicate a queste attività sono state percepite come un'occasione di divertimento oltre che di apprendimento, cosa che ha inoltre consentito un consolidamento dei rapporti interpersonali nel gruppo classe. Bisogna riconoscere che durante queste attività l'atmosfera poteva essere chiassosa e a volte un po' eccitata, ma vale la pena lasciare il posto al "disordine" se questo può essere fonte di creatività e se si crea un clima di positivo antagonismo. Lasciar da soli gli allievi di fronte ad una situazione problematica, consentire loro di sbagliare e di cercare di correggere gli errori in modo autonomo, oppure tramite un'attività di peer-tutoring, rafforza la loro autostima e l'interesse verso la scoperta. Infine, anche per i docenti coinvolti la progettazione ha costituito un momento di scambio di opinioni, di collaborazione e di maturazione della professionalità.

## 5.6 Ringraziamenti

Un particolare ringraziamento a Rossana Vermiglio, coordinatrice del PLS "Matematica e Statistica" per la sede di Udine, e agli insegnanti dei rispettivi consigli di classe che hanno contribuito alla realizzazione del progetto.

## Riferimenti bibliografici

- [10] Tim Bell et al. «Computer Science Unplugged: School Students Doing Real Computing Without Computers». In: *The New Zealand Journal of Applied Computing and Information Technology* 13.1 (2009), pp. 20-29.
- [11] M. Bernardi. «La narrazione orale tra bambini ed adulti: da flusso continuo a vena carsica?» In: *Ricerche di pedagogia e didattica* 5 (2010).

- [16] Diana Bitto et al. «Spunti didattici attraverso la storia degli strumenti di calcolo». In: *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate* 28.6 (2005), pp. 675–684.
- [17] Corrado Bonfanti. «Premessa – PSIC a Trieste: una mostra permanente sulla storia degli strumenti di calcolo e dell'informatica». In: *QuaderniCIRD* 10 (2015), pp. 5–12. ISSN: 2039-8646.
- [18] P. Boscolo. *La fatica e il piacere di imparare – Psicologia della motivazione scolastica*. UTET Università, 2012.
- [19] Charles Leonard Bouton. «Nim, A Game with a Complete Mathematical Theory». In: *Annals of Mathematics*. Second Series 3.1 (giu. 1901), pp. 35–39.
- [26] Jerome S. Bruner. «La costruzione narrativa della “realtà”». In: *Rappresentazioni e narrazioni*. A cura di M. Ammanniti e D. N. Stern. Bari: Laterza, 1991.
- [27] Jerome S. Bruner e Helen Haste. *Making sense – La costruzione del mondo nel bambino*. Anicia, 1998.
- [36] Edward U. Condon, Gereld L. Tawney e Willard A. Derr. *Machine to Play Game of Nim*. U.S. Patent 2,215,544. Set. 1940.
- [37] R. Crapiz e G. Trifiletti (a cura di). «*Nouma*» – *Giallo informatico (libro e DVD con i filmati dell'evento teatrale)*. Milano: Kangourou Italia Editore, 2011.
- [47] Raymond Duval. «A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics». In: *Educational Studies in Mathematics* 61.1–2 (2006), pp. 103–131.
- [59] Giuseppe Gentile. «La storia della Matematica per la didattica della Matematica – Cosa può insegnarci Archimede?» In: *Atti del Convegno AICM-GRIM'05*. Pubblicazioni online dell'AICM, 2005.
- [62] Pete Goodeve. *Welcome to... NIMROD*. Accessibile on-line (Dic 2014): <http://www.goodeveca.net/nimrod+>.
- [68] Caitlin Kelleher. «Supporting Storytelling in a Programming Environment for Middle School Children». In: *Proc. of the 2nd ICIDS*. 2009, pp. 1–4.
- [71] Matthew Lipman. «Philosophy for Children: Some Assumptions and Implications». In: *Ethik und Sozialwissenschaften: Streitforum für Erziehungskultur* 12.4 (2009), pp. 405–417.
- [74] Michela Maschietto e Maria G. Bartolini Bussi. «Working with artefacts: gestures, drawings and speech in the construction of the mathematical meaning of the visual pyramid». In: *Educational Studies in Mathematics* 70.2 (2009), pp. 143–157.
- [75] Marta Menghini. «On potentialities, limits and risks». In: *History in Mathematics Education – The ICMI Study*. A cura di John Fauvel e Jan Van Maanen. Kluwer, 2002, pp. 86–90.
- [78] Claudio Mirolo e Doranna Di Vano. «“Welcome to Nimrod” to Learn CS Ideas in the Middle School». In: *Proc. of the 8th WiPSCE 2013*. Aarhus, Denmark: ACM, nov. 2013, pp. 61–70.

- [87] Jean Piaget. *Dal bambino all'adolescente – La costruzione del pensiero*. Firenze: La Nuova Italia, 1969.
- [89] Luis Radford. «Historical formation and student understanding of mathematics». In: *History in Mathematics Education – The ICMI Study*. A cura di John Fauvel e Jan Van Maanen. Kluwer, 2002, pp. 143–148.
- [91] Mitchel Resnick et al. «Scratch: programming for all». In: *Communications of the ACM* 52 (11 2009), pp. 60–67.
- [103] F. Spagnolo. *Insegnare le matematiche nella scuola secondaria*. Firenze: La Nuova Italia, 1998.
- [106] Alan Madison Turing. «Computing Machinery and Intelligence». In: *Mind* 59.236 (1950), pp. 433–460.
- [109] Nancy Vansielegheem e David Kennedy. «What is Philosophy for Children, What is Philosophy with Children — After Matthew Lipman?» In: *Journal of Philosophy of Education* 45.2 (2011), pp. 171–182. URL: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9752.2011.00801.x>.
- [112] Lev S. Vygotskij. *Il ruolo del gioco nello sviluppo*. Anicia, 1966 (ed. originale).

