

Fillotassi del Girasole

Claudio Mirolo

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche,
Università di Udine, via delle Scienze 206 – Udine

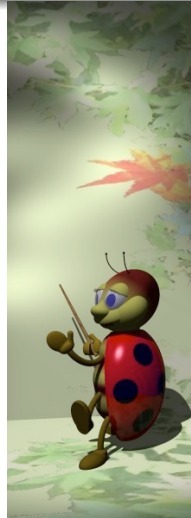
claudio.mirolo@uniud.it

Laboratorio di Programmazione

nid.dimi.uniud.it

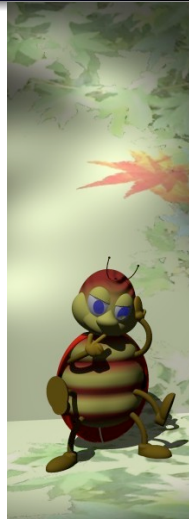
Sommario

- 1 modelli
 - obiettivi e presupposti
 - semplificazione e formalizzazione
- 2 simulazione e oggetti
- 3 esperimenti
- 4 epilogo
 - primo quesito
 - secondo quesito
 - analisi critica



Sommario

- 1 **modelli**
 - obiettivi e presupposti
 - semplificazione e formalizzazione
- 2 simulazione e oggetti
- 3 esperimenti
- 4 epilogo
 - primo quesito
 - secondo quesito
 - analisi critica



Approccio scientifico

- Come è possibile modellare un fenomeno naturale?
quali ipotesi semplificative? quale attinenza con la realtà?
- Cosa ci suggerisce il modello? le osservazioni
del processo naturale ne corroborano la validità?
- Quali meccanismi del processo naturale possono
effettivamente determinare l'evoluzione osservata?

Approccio scientifico

- Come è possibile modellare un fenomeno naturale?
quali ipotesi semplificative? quale attinenza con la realtà?
- Cosa ci suggerisce il modello? le osservazioni
del processo naturale ne corroborano la validità?
- Quali meccanismi del processo naturale possono
effettivamente determinare l'evoluzione osservata?

Approccio scientifico

- Come è possibile modellare un fenomeno naturale?
quali ipotesi semplificative? quale attinenza con la realtà?
- Cosa ci suggerisce il modello? le osservazioni
del processo naturale ne corroborano la validità?
- Quali meccanismi del processo naturale possono
effettivamente determinare l'evoluzione osservata?

modelli

simulazione e oggetti
esperimenti
epilogo

obiettivi e presupposti
semplificazione e formalizzazione



Modello di un fenomeno. . .



Approccio scientifico: Simulazione

Impostazione di un progetto di simulazione:

- Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare
- Meccanismi noti/presumibili in atto, individuazione degli aspetti da chiarire
- Semplificazioni e formalizzazione dei processi in gioco
- Sviluppo di un modello “informatico”
- Sperimentazione e interpretazione di quanto osservato
- Discussione e analisi critica

Approccio scientifico: Simulazione

Impostazione di un progetto di simulazione:

- Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare
- Meccanismi noti/presumibili in atto, individuazione degli aspetti da chiarire
- Semplificazioni e formalizzazione dei processi in gioco
- Sviluppo di un modello “informatico”
- Sperimentazione e interpretazione di quanto osservato
- Discussione e analisi critica

Approccio scientifico: Simulazione

Impostazione di un progetto di simulazione:

- Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare
- Meccanismi noti/presumibili in atto, individuazione degli aspetti da chiarire
- Semplificazioni e formalizzazione dei processi in gioco
- Sviluppo di un modello “informatico”
- Sperimentazione e interpretazione di quanto osservato
- Discussione e analisi critica

Approccio scientifico: Simulazione

Impostazione di un progetto di simulazione:

- Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare
- Meccanismi noti/presumibili in atto, individuazione degli aspetti da chiarire
- Semplificazioni e formalizzazione dei processi in gioco
- Sviluppo di un modello “informatico”
- Sperimentazione e interpretazione di quanto osservato
- Discussione e analisi critica

Approccio scientifico: Simulazione

Impostazione di un progetto di simulazione:

- Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare
- Meccanismi noti/presumibili in atto, individuazione degli aspetti da chiarire
- Semplificazioni e formalizzazione dei processi in gioco
- Sviluppo di un modello “informatico”
- Sperimentazione e interpretazione di quanto osservato
- Discussione e analisi critica

Approccio scientifico: Simulazione

Impostazione di un progetto di simulazione:

- Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare
- Meccanismi noti/presumibili in atto, individuazione degli aspetti da chiarire
- Semplificazioni e formalizzazione dei processi in gioco
- Sviluppo di un modello “informatico”
- Sperimentazione e interpretazione di quanto osservato
- Discussione e analisi critica

Approccio scientifico: Simulazione

Impostazione di un progetto di simulazione:

- Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare
- Meccanismi noti/presumibili in atto, individuazione degli aspetti da chiarire
- Semplificazioni e formalizzazione dei processi in gioco
- Sviluppo di un modello “informatico”
- Sperimentazione e interpretazione di quanto osservato
- Discussione e analisi critica

modelli
simulazione e oggetti
esperimenti
epilogo

obiettivi e presupposti
semplificazione e formalizzazione



Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare



modelli
simulazione e oggetti
esperimenti
epilogo

obiettivi e presupposti
semplificazione e formalizzazione



Delimitazione del fenomeno naturale da spiegare

Distribuzione
peculiare
dei semi



Meccanismi noti e presumibili in atto

- Sviluppo della “testa” a partire dall’*apice* (centro)
- I semi vengono trascinati radialmente verso l’esterno poiché la crescita della testa è alimentata dal gambo
- La generazione dei semi riproduce meccanismi analoghi alla generazione di gemme e foglie attorno a un gambo

Meccanismi noti e presumibili in atto

- Sviluppo della “testa” a partire dall’*apice* (centro)
- I semi vengono trascinati radialmente verso l’esterno poiché la crescita della testa è alimentata dal gambo
- La generazione dei semi riproduce meccanismi analoghi alla generazione di gemme e foglie attorno a un gambo

Meccanismi noti e presumibili in atto

- Sviluppo della “testa” a partire dall’*apice* (centro)
- I semi vengono trascinati radialmente verso l’esterno poiché la crescita della testa è alimentata dal gambo
- La generazione dei semi riproduce meccanismi analoghi alla generazione di gemme e foglie attorno a un gambo

Semplificazioni

- **Modello essenzialmente bidimensionale**
- Modello impreciso in prossimità dell'apice
- I semi raggiungono presto e conservano approssimativamente la stessa dimensione
- Un nuovo seme viene generato non appena lo sviluppo radiale crea uno spazio sufficiente

Semplificazioni

- Modello essenzialmente bidimensionale
- Modello impreciso in prossimità dell'apice
- I semi raggiungono presto e conservano approssimativamente la stessa dimensione
- Un nuovo seme viene generato non appena lo sviluppo radiale crea uno spazio sufficiente

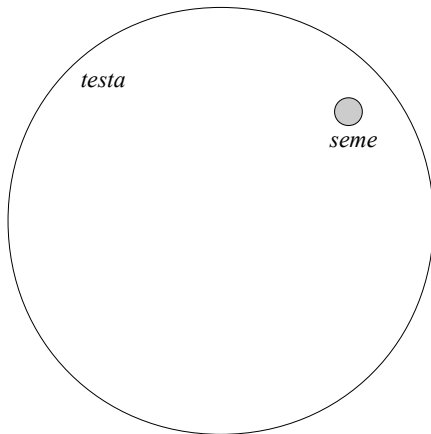
Semplificazioni

- Modello essenzialmente bidimensionale
- Modello impreciso in prossimità dell'apice
- I semi raggiungono presto e conservano approssimativamente la stessa dimensione
- Un nuovo seme viene generato non appena lo sviluppo radiale crea uno spazio sufficiente

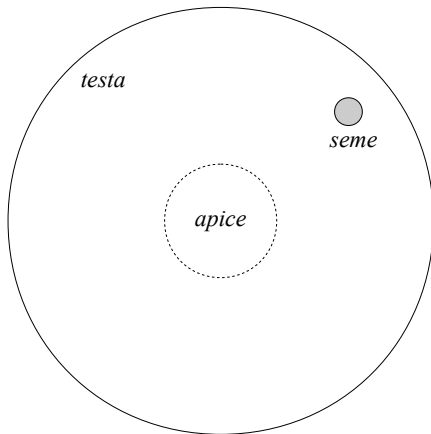
Semplificazioni

- Modello essenzialmente bidimensionale
- Modello impreciso in prossimità dell'apice
- I semi raggiungono presto e conservano approssimativamente la stessa dimensione
- Un nuovo seme viene generato non appena lo sviluppo radiale crea uno spazio sufficiente

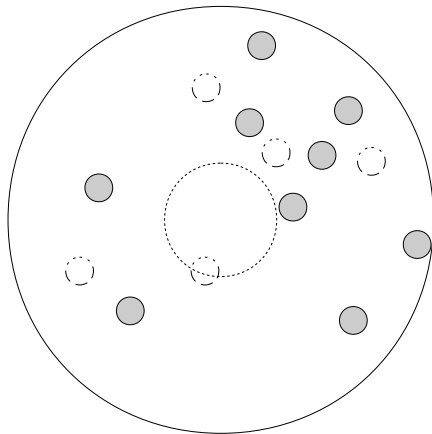
Modello essenzialmente bidimensionale . . .



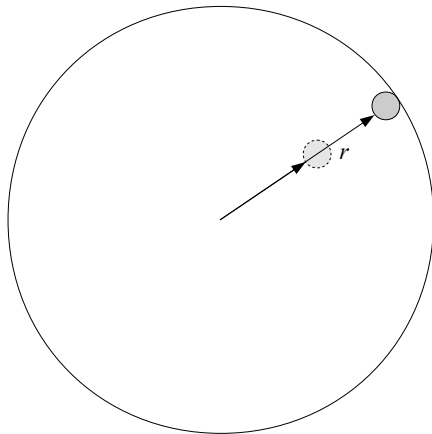
... e impreciso in prossimità dell'apice



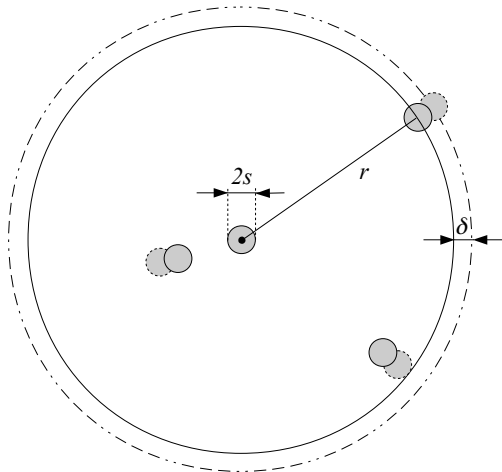
Semi approssimativamente della stessa dimensione



Allontanamento radiale dall'apice



Nuovo seme quando c'è spazio sufficiente . . .

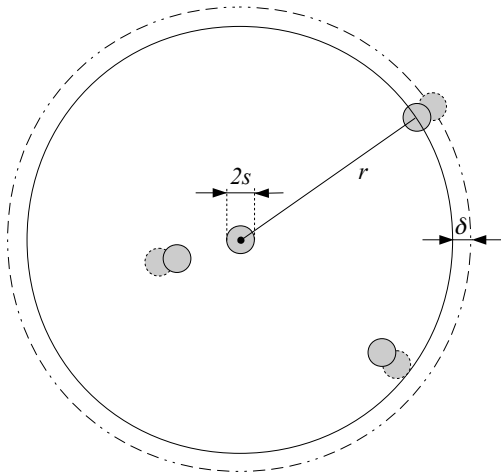


$$\pi s^2 = 2\pi r \cdot \delta$$

$$\delta = \frac{s^2}{2} \cdot \frac{1}{r}$$

Inoltre: δ proporzionale
alla velocità di crescita
se la quantità di tessuto
vegetale prodotto
è regolare nel tempo

Nuovo seme quando c'è spazio sufficiente . . .

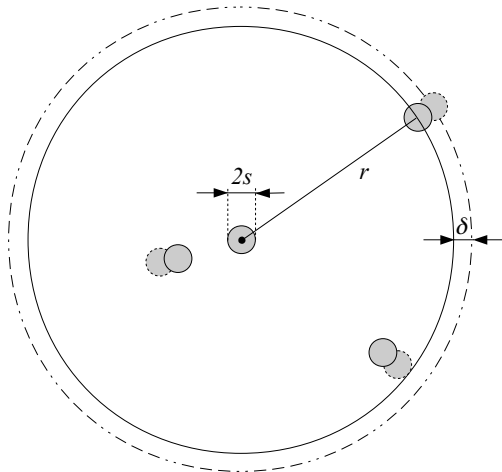


$$\pi s^2 = 2\pi r \cdot \delta$$

$$\delta = \frac{s^2}{2} \cdot \frac{1}{r}$$

Inoltre: δ proporzionale
alla velocità di crescita
se la quantità di tessuto
vegetale prodotto
è regolare nel tempo

Nuovo seme quando c'è spazio sufficiente . . .

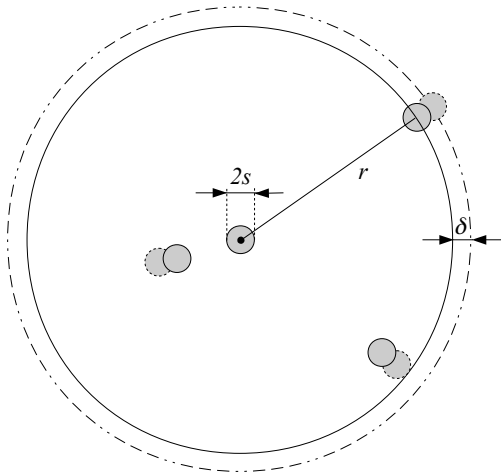


$$\pi s^2 = 2\pi r \cdot \delta$$

$$\delta = \frac{s^2}{2} \cdot \frac{1}{r}$$

Inoltre: δ proporzionale
alla velocità di crescita
se la quantità di tessuto
vegetale prodotto
è regolare nel tempo

Nuovo seme quando c'è spazio sufficiente . . .

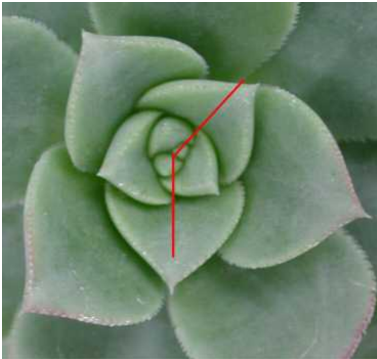


$$\pi s^2 = 2\pi r \cdot \delta$$

$$\delta = \frac{s^2}{2} \cdot \frac{1}{r}$$

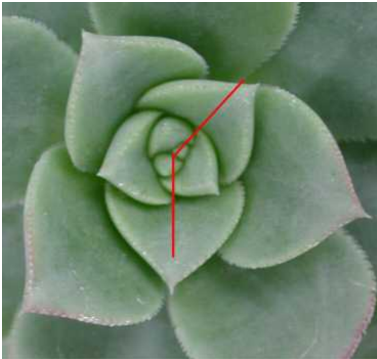
Inoltre: δ proporzionale
alla velocità di crescita
se la quantità di tessuto
vegetale prodotto
è regolare nel tempo

... “ereditando” dai processi di gemmazione



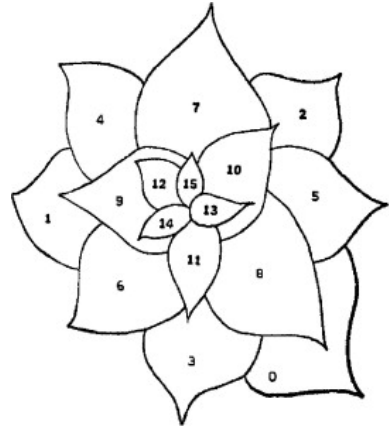
Perché un angolo così ampio?

... “ereditando” dai processi di gemmazione

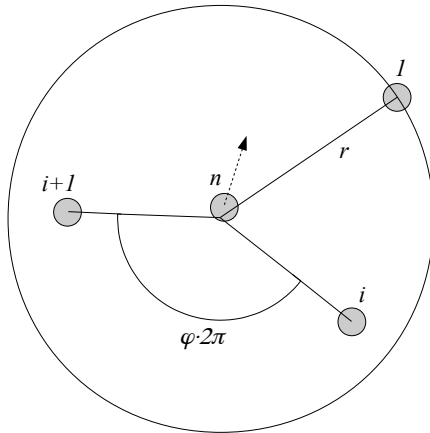


Perché un angolo così ampio?

... “ereditando” dai processi di gemmazione

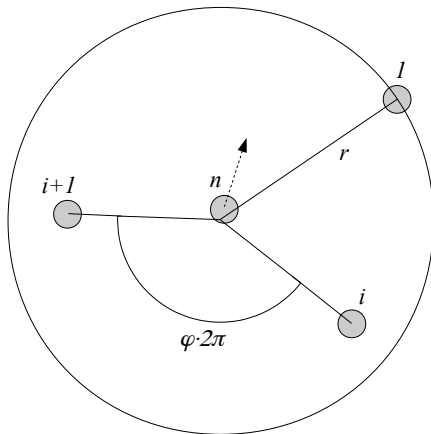


... "ereditando" dai processi di gemmazione



$\varphi \cdot 2\pi$: rotazione
della direzione
di traslazione radiale
attorno all'apice
(regolare)

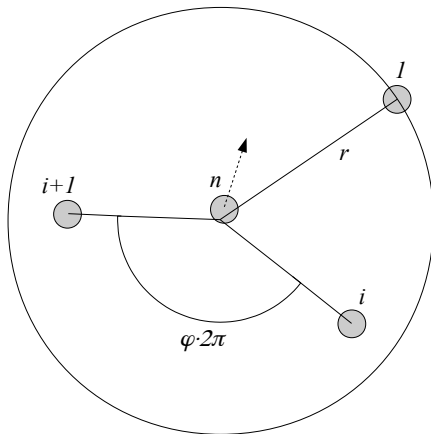
... "ereditando" dai processi di gemmazione



$\varphi \cdot 2\pi$: rotazione
della direzione
di traslazione radiale
attorno all'apice

(regolare)

... "ereditando" dai processi di gemmazione

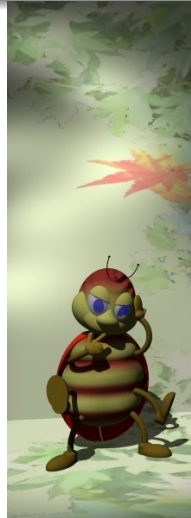


$\varphi \cdot 2\pi$: rotazione
della direzione
di traslazione radiale
attorno all'apice

(regolare)

Sommario

- 1 modelli
 - obiettivi e presupposti
 - semplificazione e formalizzazione
- 2 simulazione e oggetti
- 3 esperimenti
- 4 epilogo
 - primo quesito
 - secondo quesito
 - analisi critica



Simulazione . . .



Modelli dei fenomeni naturali

- Diversi sistemi che si incontrano in natura sono *modulari* ...
- Molti elementi che li compongono riproducono esattamente il medesimo comportamento, spesso elementare
- Esempio notevole: organismi viventi
- Modelli informatici “object-oriented” sono adatti alla simulazione di simili fenomeni (*Simula!*)

Modelli dei fenomeni naturali

- Diversi sistemi che si incontrano in natura sono *modulari* ...
- Molti elementi che li compongono riproducono esattamente il medesimo comportamento, spesso elementare
- Esempio notevole: organismi viventi
- Modelli informatici “object-oriented” sono adatti alla simulazione di simili fenomeni (*Simula!*)

Modelli dei fenomeni naturali

- Diversi sistemi che si incontrano in natura sono *modulari* ...
- Molti elementi che li compongono riproducono esattamente il medesimo comportamento, spesso elementare
- Esempio notevole: organismi viventi
- Modelli informatici “object-oriented” sono adatti alla simulazione di simili fenomeni (*Simula!*)

Modelli dei fenomeni naturali

- Diversi sistemi che si incontrano in natura sono *modulari* ...
- Molti elementi che li compongono riproducono esattamente il medesimo comportamento, spesso elementare
- Esempio notevole: organismi viventi
- Modelli informatici “object-oriented” sono adatti alla simulazione di simili fenomeni (*Simula!*)



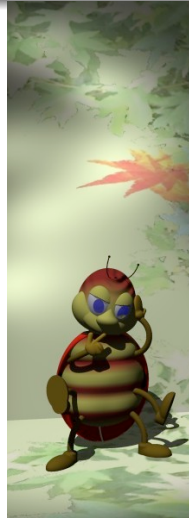
Al lavoro!

Al lavoro!



Sommario

- 1 modelli
 - obiettivi e presupposti
 - semplificazione e formalizzazione
- 2 simulazione e oggetti
- 3 esperimenti
- 4 epilogo
 - primo quesito
 - secondo quesito
 - analisi critica



Esperimenti. . .



Esperimenti. . . in laboratorio



Possibili ritocchi del programma. . .

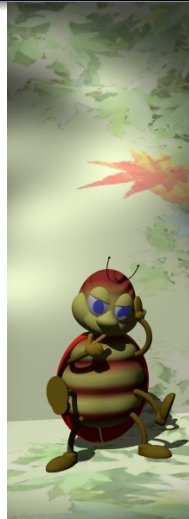
- ... Per rendere un po' più realistica l'immagine:
- *Variazione graduale* della colorazione dei semi in relazione alla maturazione
- In prossimità dell'apice verde chiaro
- Allontanandosi dall'apice sempre più bruniti

Possibili ritocchi del programma. . .

- . . . Per rendere un po' più realistica l'immagine:
- Variazione *graduale* della colorazione dei semi in relazione alla maturazione
- In prossimità dell'apice verde chiaro
- Allontanandosi dall'apice sempre più bruniti

Sommario

- 1 modelli
 - obiettivi e presupposti
 - semplificazione e formalizzazione
- 2 simulazione e oggetti
- 3 esperimenti
- 4 epilogo
 - primo quesito
 - secondo quesito
 - analisi critica



Epilogo...





Primo quesito. . .

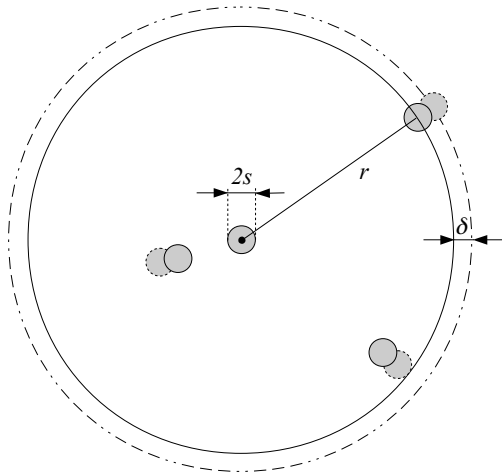
```

class Seed {                                     // modello seme
    double s = 7;                               // raggio seme
    double theta;                              // direzione sviluppo
    double r;                                   // distanza da apice
    Seed( double th ) { . . . }                // nuovo seme

    void develop( int t ) {                    // sviluppo seme

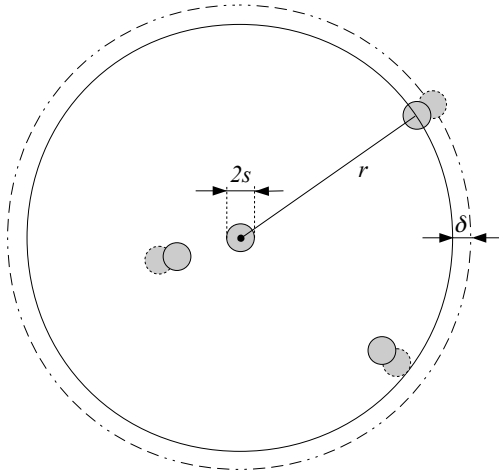
        for ( int i=0; i<t; i=i+1 ) {         // per t passi
            // ----- // spostamento
            double delta = ?? ;
            // ----- // come da analisi!
            r = r + delta;
        }
    }
    . . . . .
} // Seed
    
```

Allontanamento radiale dall'apice



$$\delta = \frac{s^2}{2} \cdot \frac{1}{r}$$

Allontanamento radiale dall'apice



$$\delta = \frac{s^2}{2} \cdot \frac{1}{r}$$



Secondo quesito...

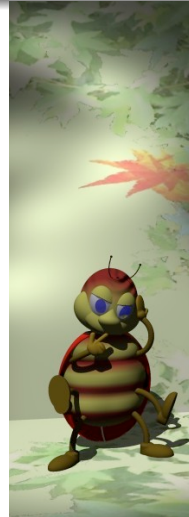
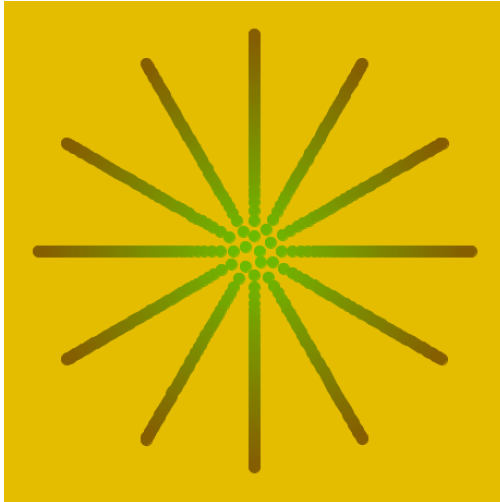
```
void setup() { // avvio programma

    size( 600, 600 ); // area immagine

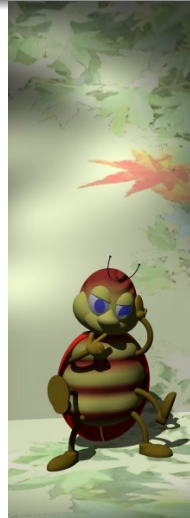
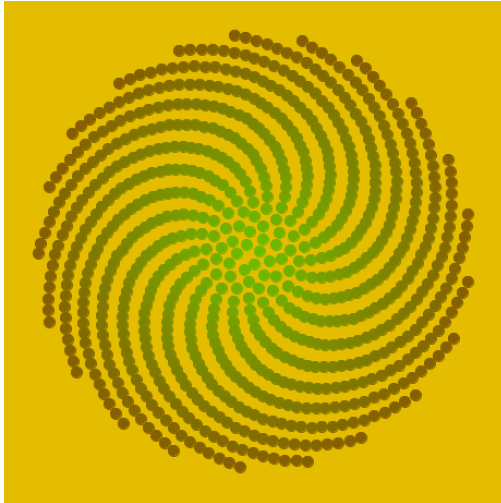
    // Generazione e sviluppo dei semi:
    // ----- // parametro
    double phi = ?? ;
    // ----- // da regolare!
    double rotation = phi * 2*Math.PI; // angolo rotazione

    . . . . .
    for ( int t=N_SEEDS-1; t>=0; t=t-1 ) {
        . . . . . // generazione semi
    }
}
```

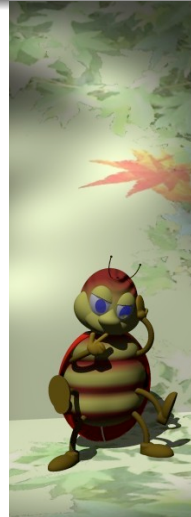

Regolazione euristica dell'angolo di rotazione... ?



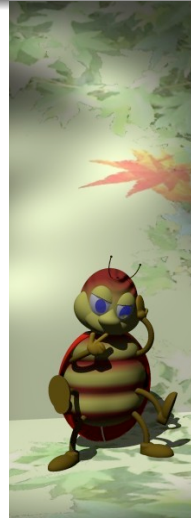
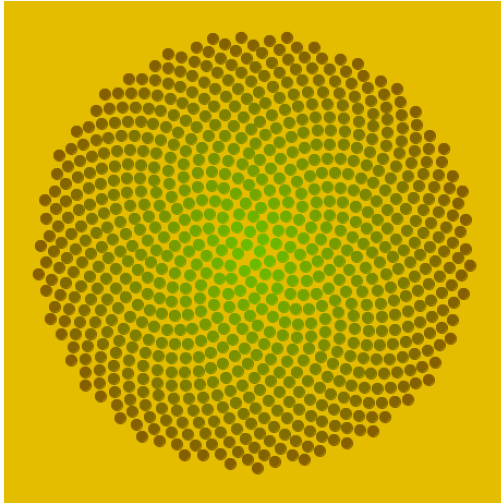
Quale immagine è più realistica? Questa?



Oppure questa?



O forse quest'altra?



modelli
simulazione e oggetti
esperimenti
epilogo

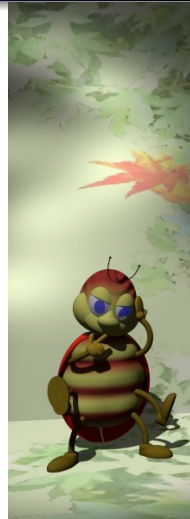
primo quesito
secondo quesito
analisi critica



Euristica?

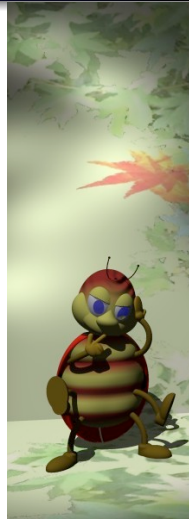


La natura riutilizza. . .

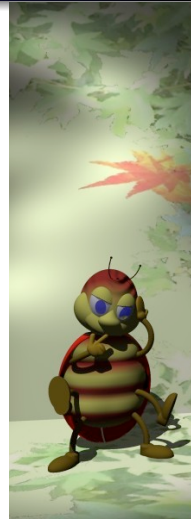
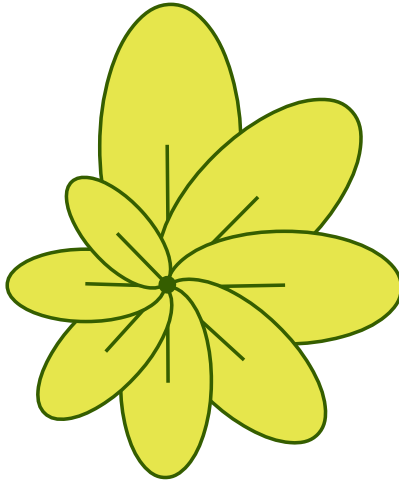


La natura riutilizza. . .

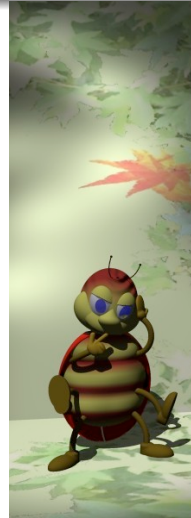
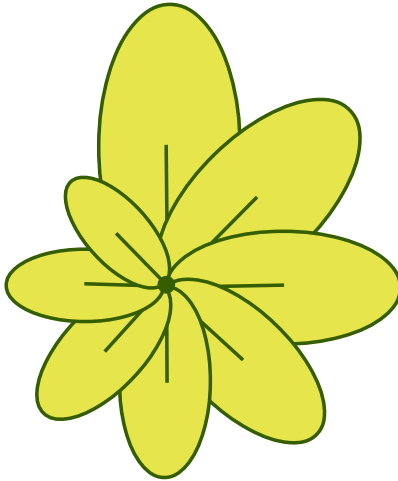
come in programmazione!



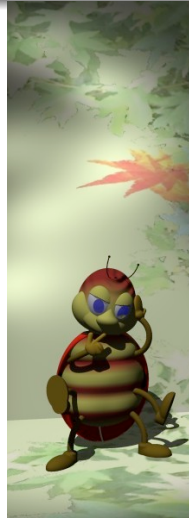
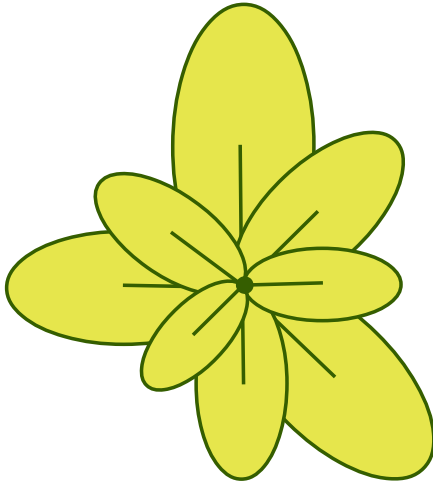
La natura riutilizza. . .



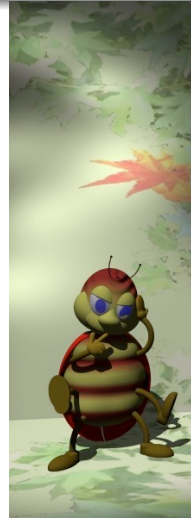
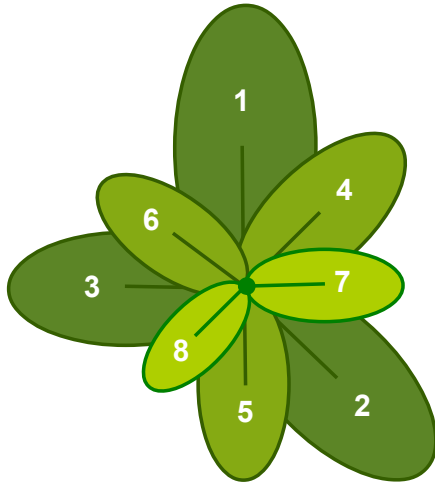
La natura riutilizza. . . (ma non così)



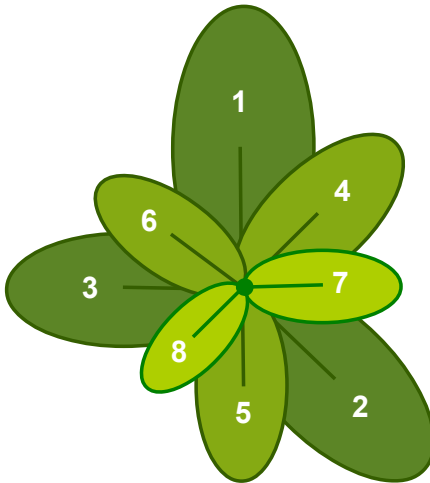
La natura riutilizza. . .



La natura riutilizza. . . Idea!



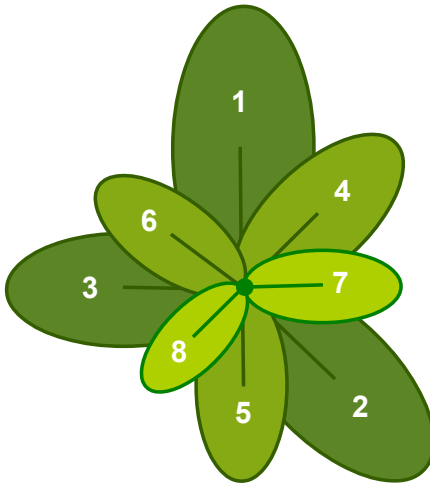
Bipartizione?



Una *bipartizione* esatta degli angoli delimitati dalle direzioni di sviluppo delle foglie. . .

non è compatibile con una rotazione regolare della direzione delle foglie che germogliano una di seguito all'altra

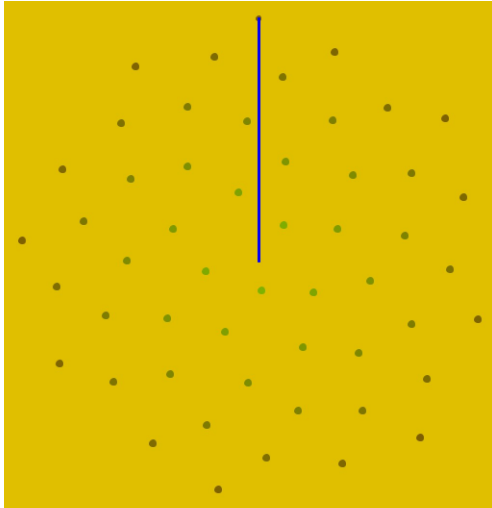
Bipartizione?



Una *bipartizione* esatta degli angoli delimitati dalle direzioni di sviluppo delle foglie

non è compatibile con una rotazione regolare della direzione delle foglie che germogliano una di seguito all'altra

Ripartizione bilanciata



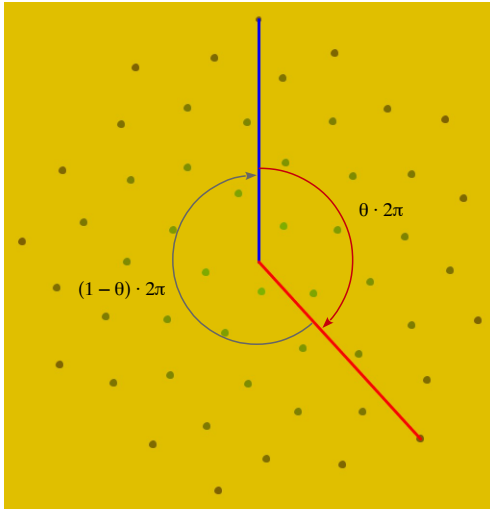
$$\varphi = \frac{1-\theta}{\theta} = \frac{\theta}{1-2\theta}$$

Rapporto invariante
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata



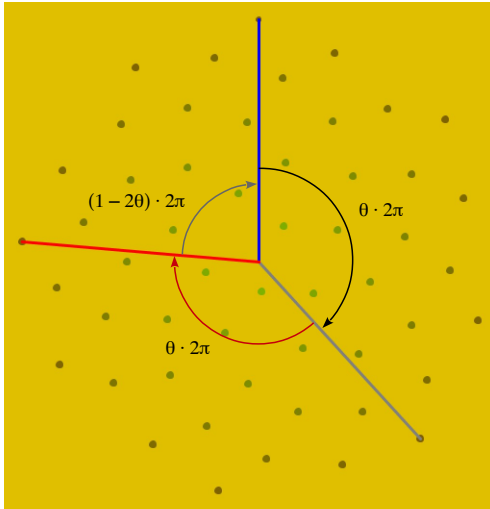
$$\varphi = \frac{1-\theta}{\theta} = \frac{\theta}{1-2\theta}$$

Rapporto invariante
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata



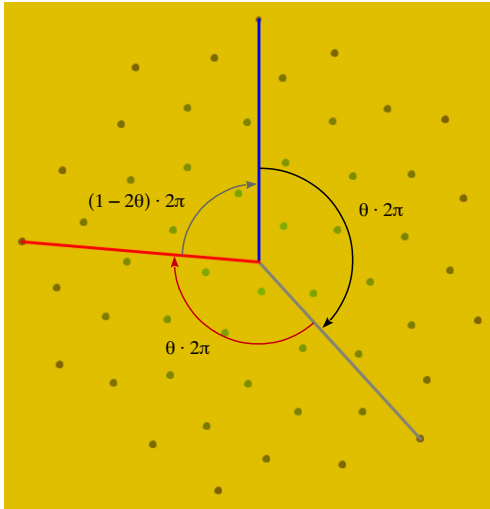
$$\varphi = \frac{1-\theta}{\theta} = \frac{\theta}{1-2\theta}$$

Rapporto invariante
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata



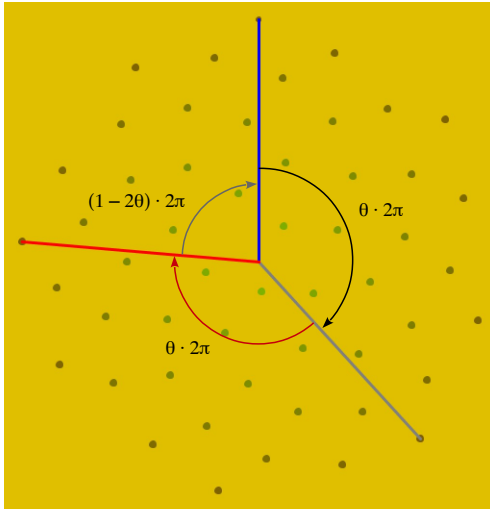
$$\varphi = \frac{1-\theta}{\theta} = \frac{\theta}{1-2\theta}$$

Rapporto invariante
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata



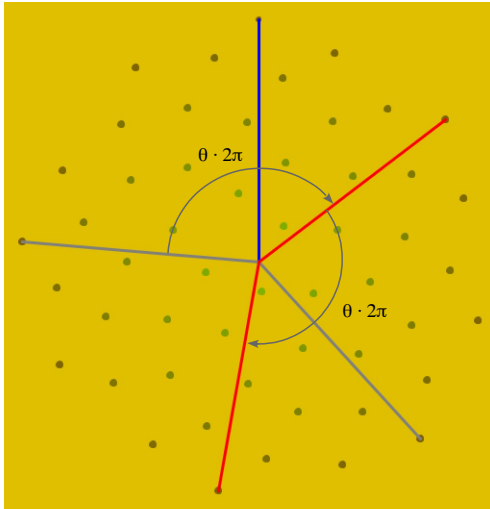
$$\varphi = \frac{1-\theta}{\theta} = \frac{\theta}{1-2\theta}$$

Rapporto invariante
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata: il passo successivo...



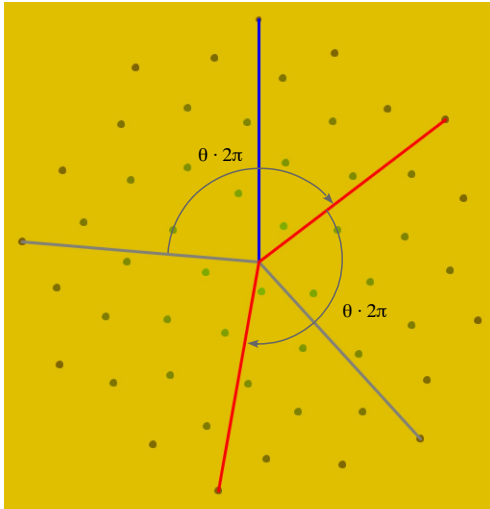
$$\frac{(1+\theta) - 3\theta}{3\theta - 1} = \varphi$$

Rapporto
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata: il passo successivo...



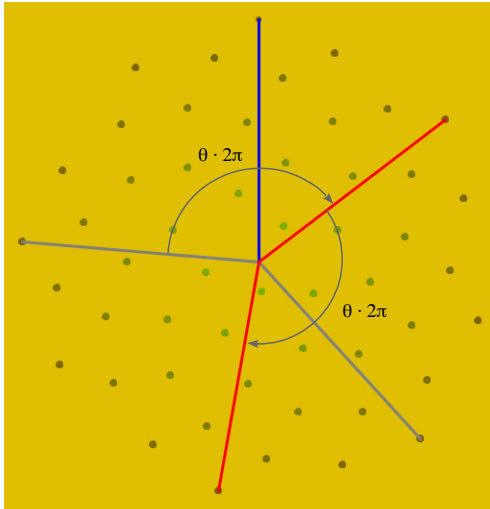
$$\frac{(1+\theta) - 3\theta}{3\theta - 1} = \varphi$$

Rapporto
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata: il passo successivo...



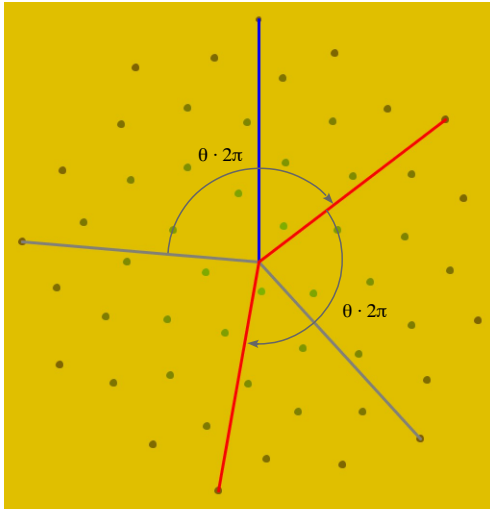
$$\frac{(1+\theta) - 3\theta}{3\theta - 1} = \varphi$$

Rapporto
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata: il passo successivo...



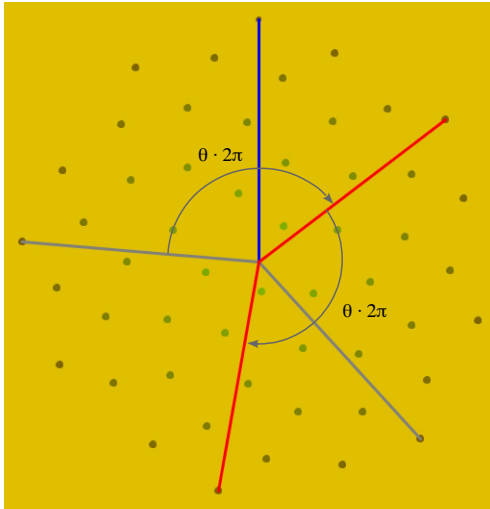
$$\frac{(1+\theta) - 3\theta}{3\theta - 1} = \varphi$$

Rapporto
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata: il passo successivo...



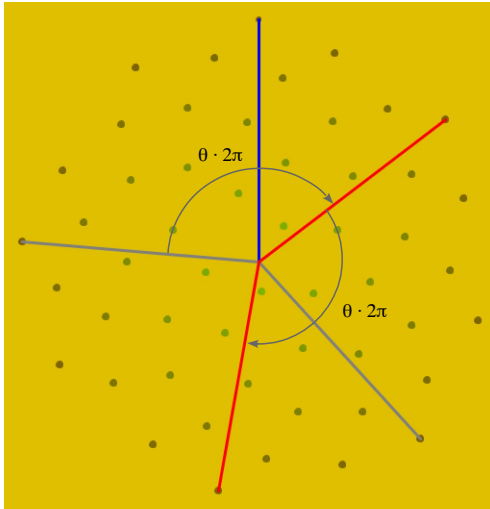
$$\frac{(1+\theta) - 3\theta}{3\theta - 1} = \varphi ?$$

Rapporto (invar.?)
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Ripartizione bilanciata: idem continuando ancora



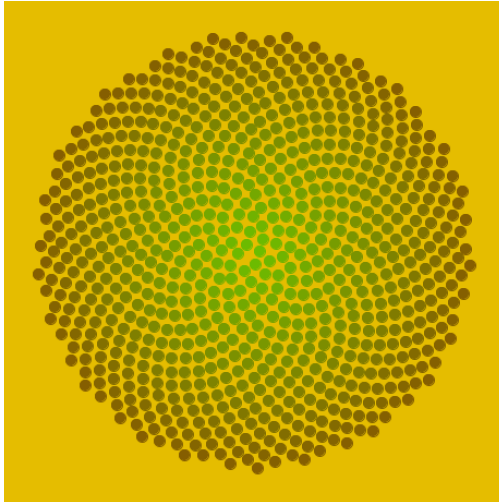
$$\frac{(1+\theta) - 3\theta}{3\theta - 1} = \varphi ?$$

Rapporto (invar.?)
fra angolo più ampio
e angolo più piccolo

$$\theta = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

E il risultato è questo:



modelli
simulazione e oggetti
esperimenti
epilogo

primo quesito
secondo quesito
analisi critica



Confronto. . .



Confronto!



modelli
simulazione e oggetti
esperimenti
epilogo

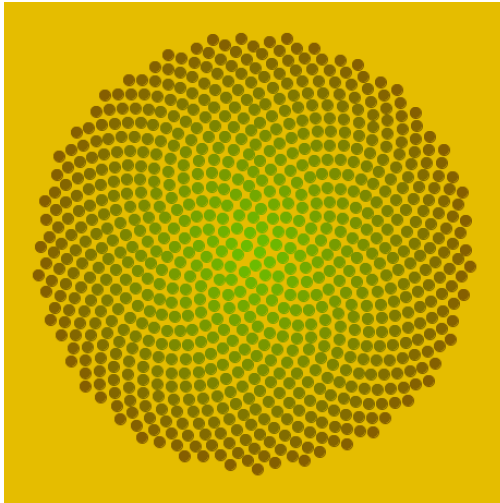
primo quesito
secondo quesito
analisi critica



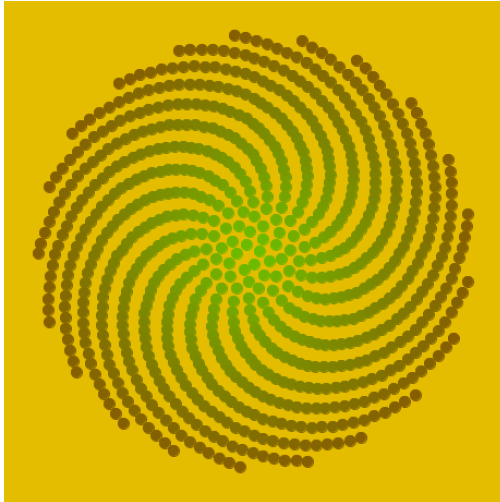
Analisi critica



Rotazione: $(\varphi - 1) \cdot 2\pi$



Rotazione: $(\varphi - 1) \cdot 2\pi + 0.1\%$



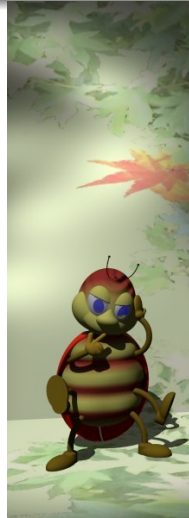
Rotazione: $(\varphi - 1) \cdot 2\pi - 0.1\%$



$\pm 0.1\%$

In natura non ci si può aspettare
una precisione del genere

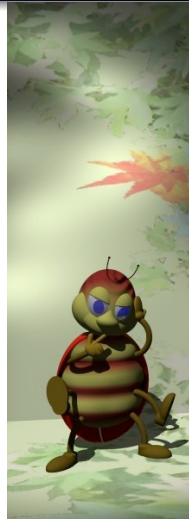
senza feedback



$\pm 0.1\%$

In natura non ci si può aspettare
una precisione del genere

senza feedback



Comportamento *emergente*. . .

- Che via segue la natura per calcolare la sezione aurea?
- Possiamo “complicare” i modelli per investigare su altri aspetti del fenomeno osservato
- Per esempio, forme interessanti di sviluppo “emergono” da interazioni fra componenti con “programmi” semplici

Comportamento *emergente*. . .

- Che via segue la natura per calcolare la sezione aurea?
- Possiamo “complicare” i modelli per investigare su altri aspetti del fenomeno osservato
- Per esempio, forme interessanti di sviluppo “emergono” da interazioni fra componenti con “programmi” semplici



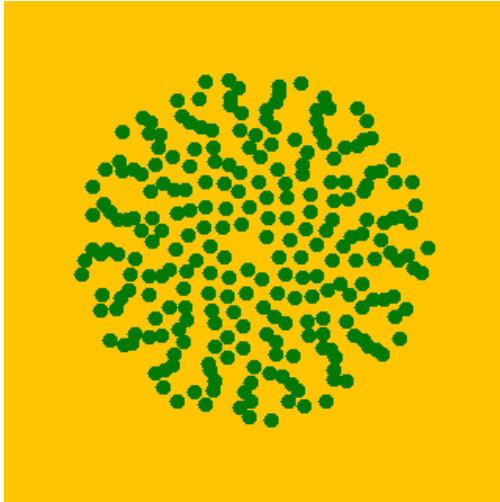
Comportamento *emergente*. . .

- Che via segue la natura per calcolare la sezione aurea?
- Possiamo “complicare” i modelli per investigare su altri aspetti del fenomeno osservato
- Per esempio, forme interessanti di sviluppo “emergono” da interazioni fra componenti con “programmi” semplici

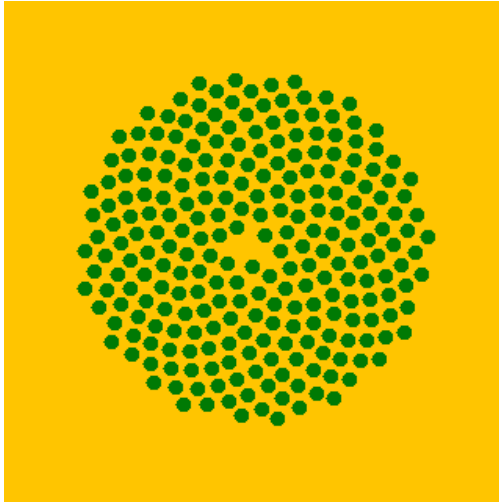
Comportamento *emergente* . .

- Che via segue la natura per calcolare la sezione aurea?
- Possiamo “complicare” i modelli per investigare su altri aspetti del fenomeno osservato
- Per esempio, forme interessanti di sviluppo “emergono” da interazioni fra componenti con “programmi” semplici

Esperimenti: Rotazione incerta $\varphi \pm 1\%$



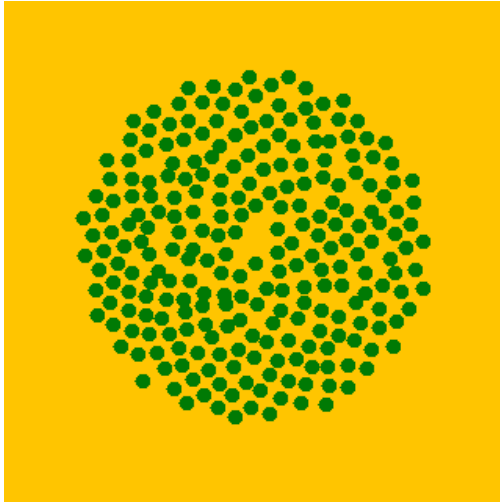
Esperimenti: Rotazione incerta + interazioni



Esperimenti: Rotazione regolare 7/12



Esperimenti: Rotazione regolare 7/12 + interazioni



Domande?

nid.dimi.uniud.it



Domande?

nid.dimi.uniud.it



Domande?

nid.dimi.uniud.it

claudio.mirolo@uniud.it

