“Archeologia dell’informazione” nella scuola primaria: l’abaco romano

Diana Bitto & Claudio Mirolo

Nucleo di Ricerca in Didattica dell’Informatica
Dip. di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
dell’Università di Udine

1. Premesse

L’informatica è spesso identificata con le moderne tecnologie digitali, caratterizzate da una notevole complessità funzionale e da un’elevata densità di integrazione delle componenti interne che realizzano le funzionalità. Pur adoperando quotidianamente dispositivi con queste caratteristiche, gli allievi non sono in grado di coglierne i principi alla base del funzionamento. Alcuni principi di base ai fini dello sviluppo del “pensiero computazionale” possono invece essere oggetto di esperienza *diretta* attraverso la manipolazione di semplici artefatti, come quelli realizzati dalle culture più antiche per rappresentare ed elaborare dati: si tratta di “tecnologie” primitive, nella loro essenzialità completamente trasparenti e alla portata di un bambino. È inoltre opportuno che i temi trattati possano armonizzarsi all’interno del programma curricolare complessivo, favorendo collegamenti trasversali, in particolare con la matematica nel caso in esame.

Più in generale, l’impostazione pedagogica si ispira ai seguenti criteri metodologici:

- integrazione di “laboratori” che propongono attività manipolatorie e cinestesiche;
- utilizzo del registro narrativo per favorire il coinvolgimento emotivo degli allievi;
- orientamento interdisciplinare per comunicare una visione unitaria della conoscenza;
- esplorazione dei principi di base attraverso “tecnologie” alla portata dei bambini.

2. Concetti esplorati

In linea con queste premesse, l’obiettivo delle principali attività che proposte nella scuola primaria è che gli allievi sperimentino in modo diretto l’uso di oggetti/segni per rappresentare informazioni e l’applicazione di regole di manipolazione di oggetti/segni per rivelare nuove informazioni. Le attività, ispirate come si è detto all’evoluzione storica dei concetti in esame, devono anche tener conto delle attuali conoscenze sullo sviluppo cognitivo del bambino. Facciamo riferimento, per esempio, allo stadio piagetiano dell’intelligenza operatoria concreta, corrispondente all’intervallo di età 8–11 anni. A queste età la maggior parte dei bambini trovano difficoltà ad affrontare compiti che richiedono: di descrivere qualcosa con precisione e senza ambiguità; di analizzare sistematicamente tutti i casi possibili in una certa situazione; di risolvere un problema quando sono in atto trasformazioni di trasformazioni (si veda, per esempio, [5]). Si tratta di difficoltà comuni, per esempio, in un ambito prettamente informatico come la programmazione.[1]

I concetti che si intende fare emergere attraverso attività con l’*abaco romano* oggi appaiono scontati, ma hanno segnato tappe importanti nell’evoluzione culturale delle società primitive e antiche. Si basano sul riconoscimento che è possibile memorizzare e conservare informazioni al di fuori della mente umana, che inoltre le informazioni

1 È chiaro che per programmare un dispositivo di calcolo è necessario specificare puntigliosamente e nei dettagli le operazioni da eseguire (primo punto richiamato). L’impiego di istruzioni di scelta o di iterazioni controllate da parametri richiede inoltre la capacità prefigurare e gestire un ventaglio di situazioni potenziali (analisi sistematica dei casi). Per portare a compimento un programma, infine, è in genere ineludibile essere in grado di ragionare su come cambia il comportamento del programma quando si cambia una certa istruzione (trasformazione di trasformazioni).

così registrate possono essere elaborate al di fuori della mente umana, attraverso l'applicazione di regole di manipolazione "meccanica". È l'inizio del processo che porterà all'*automazione* del trattamento delle *informazioni*. Ecco, in sintesi, i principali concetti:

Dati e informazioni
La rappresentazione di informazioni su un supporto esterno alla mente umana comporta la separazione fra *dati* (oggetti, segni) *e informazioni* corrispondenti (interpretazione, significato).

Convenzionalità delle rappresentazioni
Una *rappresentazione* è sempre di natura convenzionale: non c'è nulla di intrinseco all'informazione che si intende convogliare.

Sintassi di una rappresentazione
Per avere un significato, gli oggetti o i segni che costituiscono i dati devono essere organizzati in accordo con criteri chiaramente definiti, che costituiscono la *sintassi* della rappresentazione.

Proprietà operative di una rappresentazione
I dati manifestano *proprietà operative* quando attraverso l'applicazione di semplici regole di manipolazione degli oggetti o dei segni si possono generare altri dati con un'interpretazione interessante: operazioni puramente *formali* sui dati permettono di rivelare nuove informazioni.

Algoritmi
La specifica precisa e dettagliata delle regole di manipolazione formale che consentono di calcolare il risultato di una somma, di una sottrazione, di una moltiplicazione, utilizzando un abaco, definisce un *algoritmo* che, nei casi più generali, richiede la capacità di seguire "istruzioni" nell'ordine corretto, di ripetere più volte alcune sequenze di passi, tenendo conto di eventuali condizioni che in certi punti possono dar luogo ad azioni diverse.

3. Esempio di unità didattica

L'esempio qui presentato è tratto da un percorso articolato in 14 unità di due-tre ore ciascuna [1, 2, 3]. Il percorso completo è inteso a guidare gli allievi nella scoperta di idee e tecniche che rappresentano una testimonianza dei primi passi del "pensiero computazionale". Le attività si ispirano a ciò che talvolta viene fatto nella scuola primaria per favorire l'apprendimento delle tecniche di calcolo aritmetico.

Fig. 1 – Abachi in uso in diverse epoche e presso diverse culture; al centro la riproduzione di un abaco portatile romano.

Comprendere il concetto di elaborazione formale: l'abaco nella cultura greco-romana

In un articolo sulle possibili pratiche di calcolo aritmetico dei Romani, J. Hilton Turner sottolinea che l'abaco può essere considerato a tutti gli effetti un efficace strumento di calcolo, osservando che: "Nel numero del 25 Novembre 1946 di Time si riportava il risultato di una competizione pubblica fra un esperto giapponese nell'uso dell'abaco *soroban*, strumento che forse deriva dall'abaco romano, e un privato cittadino americano con un dispositivo di calcolo funzionante elettricamente. Delle quattro sessioni della gara, l'abaco ha vinto nell'addizione, nella sottrazione and nella divisione, perdendo solo nella moltiplicazione" [6]. Non è infatti raro che bambini di 7 anni riescano a sommare correttamente con un soroban numeri di una dozzina di cifre in meno di 5 secondi. Affinché simili prestazioni siano possibili, il calcolo deve procedere in modo completamente meccanico, senza consapevolezza dei valori in gioco. Questa situazione è assimilabile a quanto avviene con un dispositivo di calcolo automatico e l'utilizzatore dell'abaco sta di fatto eseguendo diligentemente un algoritmo.

Sopravvissuto alle mode e ai cambiamenti, l'abaco è lo strumento che ha accompagnato nei millenni, contabili, astronomi, matematici, naviganti e carovanieri, ed è adoperato anche ai nostri giorni in oriente, sotto il nome di suan pan e soroban. La forma e i materiali usati sono i più disparati, a partire dalle linee tracciate sulla sabbia, per arrivare alle lussuose tavole da calcolo, presenti fino ai primi dell'ottocento in Europa. L'esistenza dell'abaco in tempi antichi è stata dedotta da antropologi e archeologi in base a testimonianze pittoriche e letterarie. Questi strumenti erano costruiti prevalentemente con materiale deperibile e non se ne era trovata traccia fino al 1846, quando in Grecia ne fu rinvenuto uno in marmo di grandi dimensioni, detto Tavola di Salamina dal nome della località di ritrovamento e risalente al 300 a.C. circa. In base a reperti e citazioni letterarie si deduce che gli abachi romani fossero realizzati in vari modi: a polvere, a lapilli, a bottoni, ad anelli.

Fig. 2 – Bambini alle prese con la rappresentazione numerica in un modello di abaco romano.

Età consigliate: classe IV o V
Materiali utilizzati: grani, sassolini, legumi secchi, …; creta o polistirolo espanso
Concetti: dati e informazioni, sintassi, proprietà operative, algoritmi

Fra gli abachi menzionati sopra, la tipologia che si presta più facilmente alla riproduzione e all'utilizzo in classe è quella "a lapilli": sono così chiamati i sassolini, i fagioli, i grani che vengono posizionati nelle scanalature dello strumento (vedi Fig. 2). La forma di questo tipo di abaco, infatti, prevede la preparazione di un rettangolo di creta (o di polistirolo espanso) sul quale viene tracciata una serie di scanalature verticali. Sopra ogni scanalatura vengono incise, partendo da quella di destra, le lettere I, X, C, M, … che contraddistinguono le colonne relative a unità, decine, centinaia… I "lapilli" usati in questo caso sono sassolini, palline di creta (che i romani chiamavano *calculi*) o oggetti analoghi. Essi, una volta posizionati su una determinata colonna, assumono il valore del simbolo sovrastante. Per esempio cinque palline sulla colonna X rappresentano il numero 50, sei sassolini sotto la C rappresentano 600.

Due calculi sulla prima colonna, cioè quella più a destra, quattro sulla seconda e tre sulla quarta indicheranno il numero 3042. Come si scrive in cifre romane? Prima di continuare si fanno tre osservazioni:

- i lapilli non assumono più un valore in base alla forma, ma alla posizione sull'abaco;
- pur essendo l'abaco uno strumento di tipo posizionale, la rappresentazione del numero è ancora di tipo additivo, analoga a quella grafica con le cifre romane. MMMXXXXII;
- confrontando questo tipo di rappresentazione numerica con la nostra in cifre indo-arabe (arrivate in Italia solo nel 1200) si nota che, se si considera la quantità di segni utilizzati, quest'ultima è più economica, ma richiede l'uso dello zero in sostituzione della colonna vuota.

L'abaco costruito in classe non è esattamente quello romano, potrebbe però essere simile a quelli usati originariamente in molte culture e, come primo approccio, è più facile per i bambini eseguire qualche operazione con il riporto o l'andare a prestito. Successivamente si costruirà il "vero" abaco romano a lapilli. Nel seguito, per comodità, chiameremo "palline" qualsiasi tipo di "lapilli".

A differenza di quello costruito precedentemente, nel nuovo abaco ci saranno ancora le scanalature verticali, ma ognuna di esse sarà divisa in due parti: una corta in alto e una più lunga in basso. Nel tratto libero tra queste due scanalature, che chiameremo *ponte*, si incideranno, partendo da destra, i consueti simboli I, X, C, M, … Per iniziare, si dispongono quattro palline in ogni scanalatura inferiore e una in ogni scanalatura superiore. Quelle nella scanalatura inferiore rappresentano quattro unità dell'ordine corrispondente alla colonna, quella posta nella zona superiore ne vale cinque. Per acquisire effettivamente valore, però, le palline devono essere accostate al ponte. All'interno di ogni colonna la rappresentazione è in base 5, così nella scanalatura inferiore non ci sono mai più di quattro palline (perché alla quinta scatta il cambio). Questa organizzazione (*sintassi*), apparentemente macchinosa, ha il pregio di facilitare la lettura e di rendere più veloce il conteggio in quanto il numero di palline accostate al ponte si può cogliere a colpo d'occhio.

Ora si spingono tutte le palline lontano dal ponte: questa è la situazione dello zero. Si fa un po' di esercizio di scrittura. Scriviamo 8: nella prima colonna, quella delle unità, spingiamo tre delle palline-unità verso il ponte e lo stesso faremo con la pallina-cinquina ($3 + 5 = 8$). Scriviamo 37: nella seconda colonna (X, cioè decine) spingiamo verso il ponte tre palline-unità e, nella prima colonna (I), scende la pallina-cinquina e salgono due palline-unità: $3\times10 + (5 + 2) = 37$. Scriviamo 2305: spingiamo due palline-unità nella quarta colonna (M), tre nella terza (C) nessuna nella seconda (X) e la pallina-cinquina nella prima colonna: $2\times1000 + 3\times100 + 0\times10 + 5$. In questi esercizi è importante prestare attenzione alla distinzione fra *dati* e *informazioni*.

Proviamo una facile addizione: $23 + 45$. Per prima cosa si imposta il primo addendo: due palline-unità su X e tre su I. Ora sulla colonna delle unità, dobbiamo aggiungere 5: spingiamo la pallina-cinquina verso il ponte. Passiamo alle decine: sulla colonna ci sono già due palline, devo aggiungere 4, ma $2 + 4 = 6$, equivalente a $5+1$, quindi faccio scendere la pallina-cinquina e allontano una pallina nella pare inferiore. Cosa leggo? 6 decine e 8 unità, cioè 68.

Ora una addizione con riporto: $145 + 37$. Imposto il primo addendo: una pallina-unità su C, 4 palline-unità su X, una pallina-cinquina su I (Fig. 3a). Prima colonna: devo aggiungere 7 a 5. Ma $7 + 5 = 12$, una decina e due unità: sulla colonna I allontano la pallina-cinquina e avvicino due palline-unità, sulla colonna delle decine (X) dovrei aggiungere una pallina-unità alle 4 già presenti, perciò faccio un cambio cioè allontano tutte le 4 palline-unità e avvicino la pallina-cinquina (Fig. 3b). Seconda colonna: aggiungo 3 palline-unità (Fig. 3c). Terza colonna: non ho nulla da aggiungere. Risultato: 1 (C) 8 (X) 2 (I) = 182.

(a) 145 (b) 145 + 7 = 152 (c) 152 + 30 = 182

Fig. 3 – Esempio di addizione con l'abaco romano.

Proviamo una sottrazione: 164 – 56 . Dopo aver impostato il minuendo, prima colonna: per sottrarre 6 da 4 devo andare a prestito di una pallina-unità da X, colonna a sinistra; la pallina viene spinta indietro. Ora posso calcolare 14 – 6 = 8, una cinquina e tre unità su I. Seconda colonna: a causa del prestito è rimasta solo la cinquina, devo togliere 5 quindi anche la cinquina viene allontanata. Terza colonna: rimane invariata. Risultato: 1 (C) vuoto (X) 8 (I) = 108.

Va osservato che si potrebbero effettuare addizioni e sottrazioni iniziando dalla colonna più a sinistra, ma in questo caso il numero di passaggi potrebbe aumentare per la necessità di numerosi cambi (riporti o prestiti). Gli algoritmi utilizzabili per l'esecuzione di moltiplicazioni e divisioni sono molteplici. I più semplici ripetono, rispettivamente, addizioni o sottrazioni contando il numero di operazioni eseguite.

Abachi a bottoni e ad anelli presentano la stessa struttura. Nell'abaco a bottoni (di cui restano due esemplari di epoca romana) una piccola lamina di bronzo presenta, al posto delle scanalature, delle fessure su cui scorrono i lapilli a forma di "bottoni" saldamente ancorati. In quello ad anelli le colonne sono delle asticelle fissate ad un supporto rettangolare nelle quali sono infilati 5 anelli scorrevoli, opportunamente separati da una barra che sostituisce il ponte. Questa tipologia fu portata in Oriente attraverso la Cina da commercianti e missionari europei. In Giappone l'abaco chiamato *soroban* è tuttora in uso, non perché i giapponesi siano sprovvisti di dispositivi tecnologici, ma perché l'uso di questo strumento aiuta i bambini a sviluppare sì capacità di calcolo, ma soprattutto ad acquisire un metodo che migliora la concentrazione e la memoria. Proprio per questo si ritiene che sia è importate che venga appreso nella fascia d'età fra i cinque e gli undici anni.

Gli *algoritmi* per effettuare le operazioni aritmetiche con l'abaco inizialmente possono sembrare macchinosi. Tuttavia, se presentati come un gioco, i bambini ne assimilano rapidamente le tecniche e, con un po' di pratica, acquisiscono destrezza nelle manipolazioni e riescono ad apprezzare la potenza delle *proprietà operative* di questo tipo di strumento. Resta comunque importante farli riflettere proprio sugli algoritmi che stanno applicando, invitandoli a descrivere accuratamente ed esaustivamente, a parole, i passi da eseguire in ciascuno dei casi che si possono presentare (*se… allora faccio il riporto ma… ripeto questi passi fino a che…*), immaginando di muovere le palline mentalmente, ad occhi chiusi.

4. Riflessioni conclusive

Gli abachi sono artefatti piuttosto semplici, ma possono comunque essere considerati forme di "tecnologia" dell'informazione. Contrariamente ai dispositivi digitali in uso oggi, questi artefatti sono in ogni loro aspetto alla portata dei giovani utilizzatori, i quali, di conseguenza, sono in grado di appropriarsene completamente. In altri termini, se l'obiettivo è l'apprendimento, non un mero addestramento, è opportuno che l'artefatto non sia semplicemente una "scatola nera", ma appaia come una "scatola trasparente", cioè "il suo funzionamento deve essere visibile o reso esplicito affinché il soggetto ne possa tener conto nella sua attività" [4].

Unità come quella illustrata nella sezione precedente risulteranno tanto più efficaci quanto più ampio il percorso in cui sono integrate, in modo che gli allievi possano fare esperienze con, e confrontare, una varietà di strumenti per il trattamento dell'informazione. In particolare, la capacità di mettere in corrispondenza rappresentazioni diverse di una stessa entità, e di passare dall'una all'altra, contribuisce a sviluppare l'astrazione degli allievi.

5. Riferimenti

[1] Bitto, D. (2011): *Archeologia della matematica alle elementari*, L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, rivista del Centro Ricerche Didattiche "Ugo Morin", vol. 34 A-B, n. 3, maggio-giugno 2011, pp. 267–284.

[2] Bitto, D. & Mirolo, C. (2013): *"Archaeology of Information" in the Primary Schoo*l, Proc. of ISSEP 2013, LNCS 7780, I. Diethelm and R.T. Mittermeir Eds., Oldenburg (D), February 26-March 2, 2013, pp. 115–126.

[3] Bitto, D. & Mirolo, C. (2013): *« Archéologie de l'information » à l'école primaire*, Actes du 5ème Colloque International Francophone DidaPro5 – DidaSTIC, Clermont-Ferrand (F), 28–30 Octobre 2013 (`https://edutice.archives-ouvertes.fr/DIDAPRO5/edutice-00875562v1`).

[4] Rabardel, P. (1995): *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris, Armand Colin.

[5] Siegler, R.S., & Alibali, M.W. (2005): *Children's Thinking*, New York, Pearson.

[6] Turner, J. (1951): *Roman Elementary Mathematics: The Operations*, The Classical Journal, vol. 47, no. 2, November 1951, pp. 63–74 + 106–108.